Домашнее задание 3

Расчет переходного процесса в цепи второго порядка, определение передаточной функции и переходной характеристики цепи

1. Для заданной цепи, пользуясь классическим методом, определить зависимость от времени требуемой (согласно номеру варианта) величины X(t) в переходном режиме. Построить график найденной функции X(t). Считать, что коммутация происходит в момент t=0, ключ изображен в докоммутационном состоянии.

2. В программе TINA составить модель цепи с коммутирующим ключом и провести исследование переходного процесса. Проверить совпадение результатов.

3. В заданной схеме удалить источники напряжения и тока, оставив их внутренние сопротивления. Заменить ключ источником единичного ступенчатого напряжения 1(t).
Операторным методом, считая искомую функцию выходным сигналом, найти передаточную функцию цепи и переходную характеристику цепи.

4. Выполнить моделирование и проверить совпадение результатов для переходной характеристики.

5* Для желающих: Используя Analysis – Symbolic Analysis – Semi- symbolic AC Transfer, проверить расчет передаточной функции моделированием..

6*. Для желающих: Используя Analysis – Symbolic Analysis – Semi- symbolic Transient, проверить расчет переходной характеристики моделированием.

П Р И М Е Р

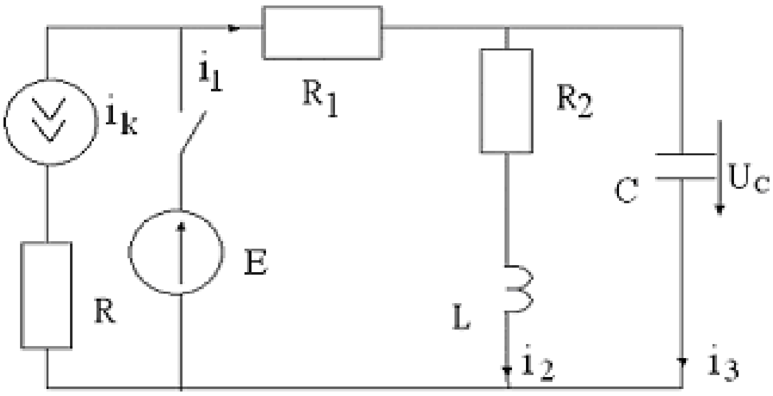


Рис. 4

Дано:

I_k=0,1А; R_1= R= 400Ом;

E=240В; R_2=800Ом;

L=0,2Гн; C=2,5*10^{-6}Ф;

Опр: $i_2(t)$,$U_c(t)$

Решение

1. До коммутации:

$i_L(0-)=i_2(0-)=-I_k=-0{,}1$А.

$U_c(0-)=i_2(0-)*R_2=-80$В.

2. Принуждённый режим:

$$i_{2пр} = i_{1пр} = \frac{E}{R_1 + R_2} = 240/1200 = 0{,}2A.$$

$U_{c\ пр}=i_{2\ пр}*R_2=0{,}2*800=160$ В.

3. Характеристическое уравнение получим по комплексному входному сопротивлению относительно ёмкостной ветви после-коммутационной цепи(рис4.):

$$Z(p) = \frac{(R_2 + Lp)R_1}{(R_2 + Lp) + R_1} + \frac{1}{cp} = 0;$$

p_1=-2000(1/с); p_2=-3000(1/с)

При двух вещественных различных корнях общий вид свободных составляющих:

$i_{2\ св}(t)=A_1e^{P1*t}+A_2e^{P2*t}$;

$U_{c\ св}(t)= B_1e^{P1*t}+B_2e^{P2*t}$.

4. Определение $i_2(t)$.

$$\begin{cases} i_2(t)=i_{2\,пр}+i_{2\,св}(t)=0{,}2+A_1e^{P1*t}+A_2e^{P2*t} ; \\ \dfrac{di_2(t)}{dt}=p_1A_1e^{P1*t}+p_2A_2e^{P2*t} ; \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_2(0+)=0{,}2+A_1+A_2=i_L(0+)=i_L(0-)=-0{,}1 ; \\ \dfrac{di_2}{dt}(0+)=p_1A_1+p_2A_2=\dfrac{U_L(0+)}{L} . \end{cases}$$

<u>Расчёт $U_L(0+)$</u>. При t=0+ по 2^му закону Кирхгофа для контура R_2,L,C:

$i_2(0+)*R_2+U_L(0+)-U_C(0+)=0$;

$U_L(0+)=U_C(0+)-i_2(0+)*R_2$.

С учётом законов коммутации:

$U_C(0+)=U_C(0-)=-80$ В;

$i_2(0+)=i_2(0-)=-0{,}1$ А;

$U_L(0+)=-80+0{,}1*800=0$;

$$\frac{di_L}{dt}(0_+)=\frac{U_L(0_+)}{L}=0.$$

Уравнения для постоянных:

$$\begin{cases} 0{,}2+A_1+A_2=-0{,}1 ; \\ p_1A_1+p_2A_2=-2000A_1-3000A_2=0 ; \end{cases}$$

$A_1=-0{,}9$; $A_2=0{,}6$.

Искомая зависимость

$i_2(t)=0{,}2-0{,}9e^{-2000t}+0{,}6e^{-3000t}$ А .

График $i_2(t)$ изображен на рис.5.

Определение $U_C(t)$.

$$\begin{cases} U_C(t)=U_{Cпр}+U_{Cсв}=160+B_1e^{P1*t}+B_2e^{P2*t} ; \\ \dfrac{d\,U_C(t)}{dt}=p_1B_1e^{P1*t}+p_2B_2e^{P2*t} ; \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_C(0+)=160+B_1+B_2=U_C(0-)\ ; \\ \dfrac{d\,U_C}{dt}(0+)=p_1B_1+p_2B_2=\dfrac{i_c(0+)}{C}=\dfrac{i_3(0+)}{C}\,. \end{cases}$$

<u>Расчет $i_3(0+)$</u>. Для t= 0+ по законам Кирхгофа:

$$\begin{cases} i_3(0+)=i_1(0+)-i_2(0+)=i_1(0+)-i_2(0-); \\ E=i_1(0+)*R_1+Uc(0+)=i_1(0+)*R_1+Uc(0-); \end{cases}$$

$i_1(0+)=(E-U_c(0-))/R_1=(240+80)/400=0{,}8(A)$;

$i_3(0+)=0{,}8-(-0{,}1)=0{,}9(A)$;

$$\frac{dU_c(0+)}{dt}=\frac{i_3(0+)}{C}=(0{,}9/2{,}5)*10^6=360*10^3(B/c).$$

Уравнения для постоянных интегрирования:

$$\begin{cases} 160+B_1+B_2=-80\ , \\ -2000B_1-3000B_2=360*10^3. \end{cases}$$

$B_1=-360\ ;\qquad B_2=120.$

$U_C(t)=160-360e^{-2000t}+120e^{-3000t}$ B;

График функции $U_C(t)$ дан на рис.6.

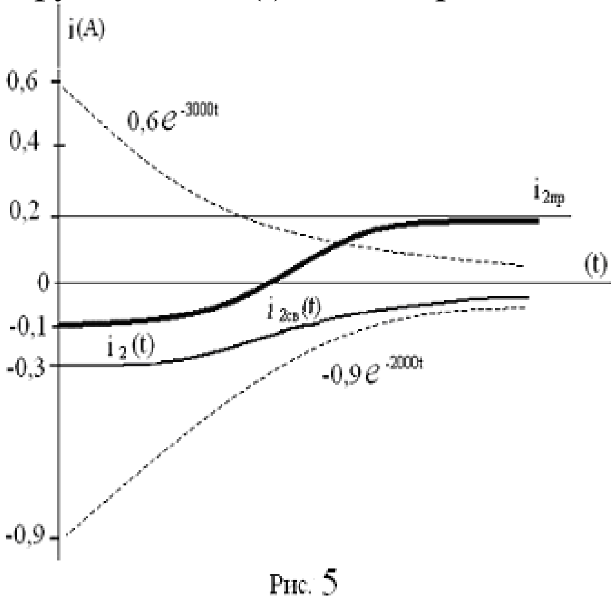


Рис. 5

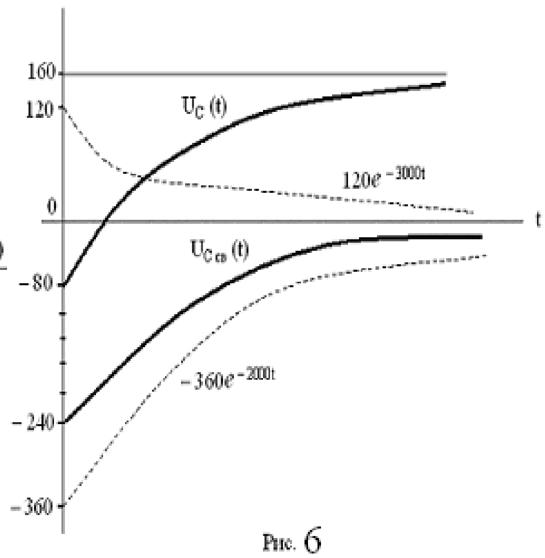


Рис. 6

Пункт 2. Моделирование переходного процесса

Схема моделирования показана на рис.7. В схеме применен ключ, управляемый по времени. Для того, чтобы начальный докоммутационные условия в схеме установились, время замыкания ключа задаем t_{on}=5 с. Время размыкания t_{off}=10с, что значительно больше времени переходного процесса.

Исследование переходного процесса проводим в режиме Transient Analysis. Время начала чуть меньше времени замыкания ключа 4,99 с. Время окончания зависит от длительности переходного процесса. Для нашего примера подходит 5,01 с

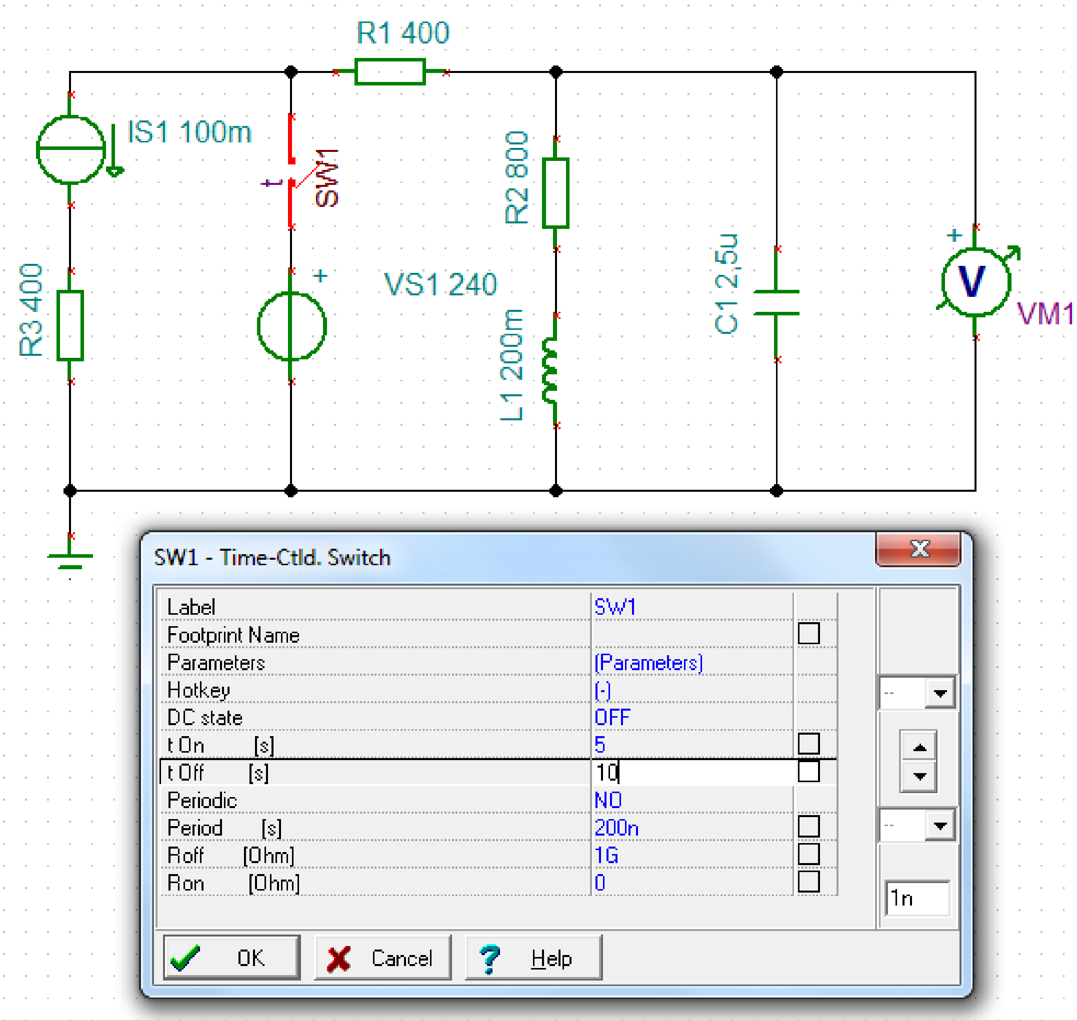


Рис.7. Схема моделирования и установка ключа

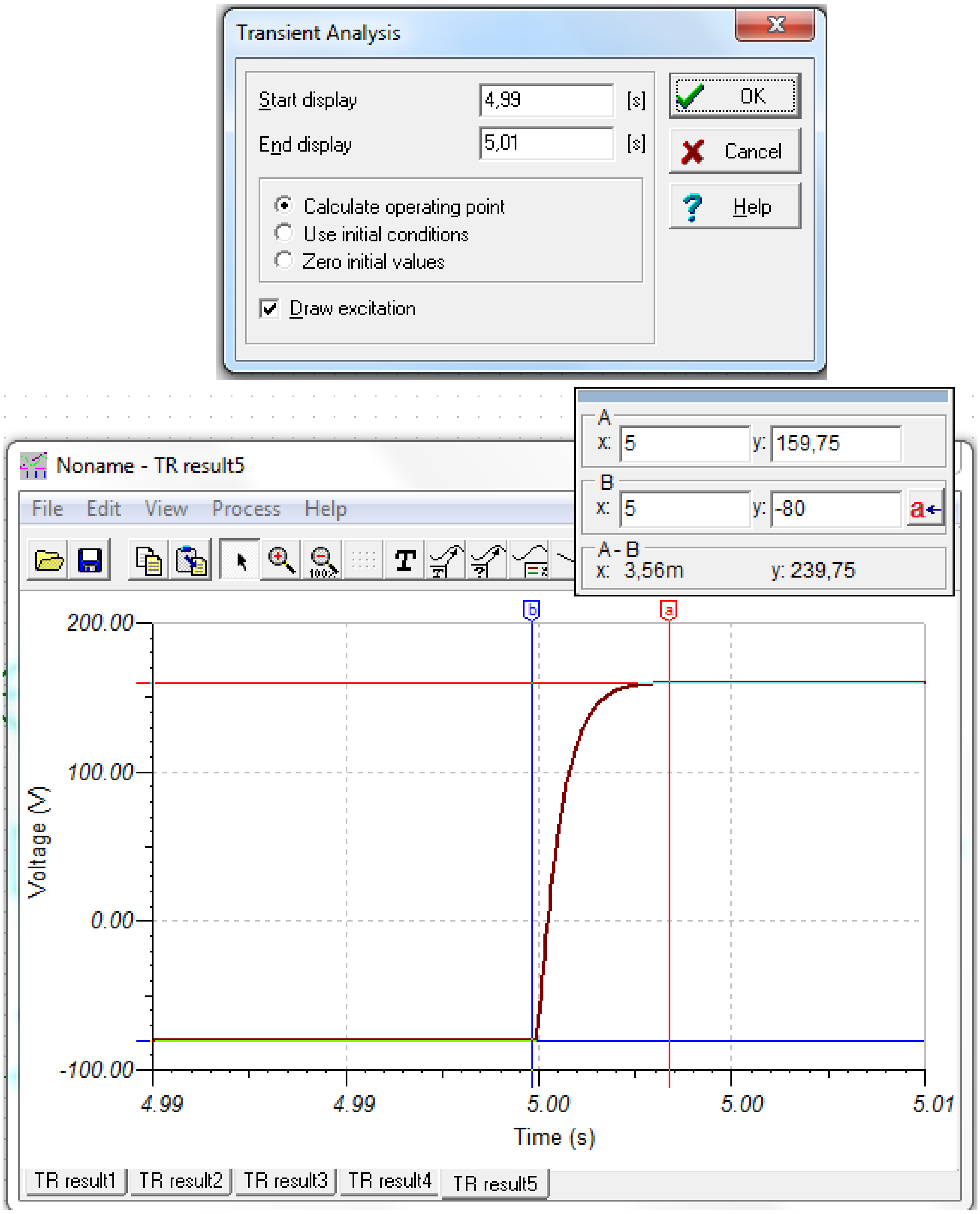


Рис.8. Установка времени анализа и график переходного процесса

Пункт 3. Расчёт передаточной функции

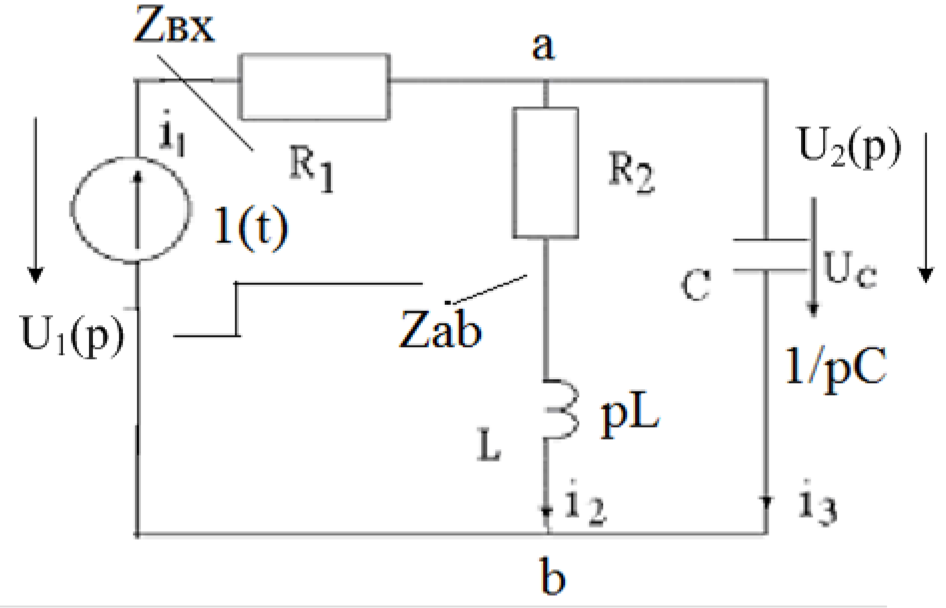


Рис.9. Схема для расчета передаточной функции

Передаточная функция: $K(p) = \dfrac{U_2(p)}{U_1(p)}$.

$$Z_{ab}(p) = \frac{(R_2 + pL)\cdot\dfrac{1}{pC}}{R_2 + pL + \dfrac{1}{pC}};\ Z_{вх}(p) = R_1 + Z_{ab}(p);$$

$$K(p) = \frac{U_1(p)Z_{ab}(p)}{U_1(p)(R_1 + Z_{ab}(p))} = \frac{\dfrac{(R_2 + pL)\cdot\dfrac{1}{pC}}{R_2 + pL + \dfrac{1}{pC}}}{R_1 + \dfrac{(R_2 + pL)\cdot\dfrac{1}{pC}}{R_2 + pL + \dfrac{1}{pC}}} =$$

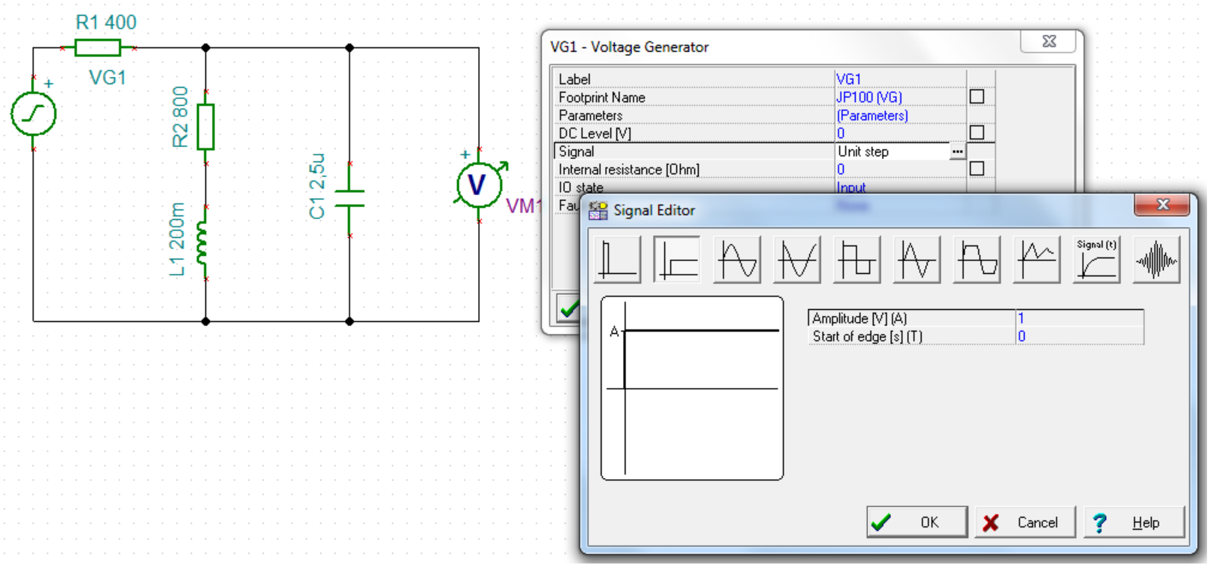
$$=\frac{(R_2+pL)\cdot\dfrac{1}{pC}}{R_1(R_2+pL+\dfrac{1}{pC})+(R_2+pL)\cdot\dfrac{1}{pC}}=\frac{(R_2+pL)}{R_1LCp^2+p(R_1R_2C+L)+R_1+R_2}=$$

$$=\frac{800+0{,}2p}{400\cdot 0{,}2\cdot 2{,}5\cdot 10^{-6}p^2+p(400\cdot 800\cdot 2{,}5\cdot 10^{-6}+0{,}2)+1200}=$$

$$=\frac{800+0{,}2p}{2\cdot 10^{-4}p^2+p+1200}=\frac{800}{1200}\cdot\frac{1+2{,}5\cdot 10^{-4}p}{1+8{,}33\cdot 10^{-4}p+1{,}67\cdot 10^{-7}p^2}$$

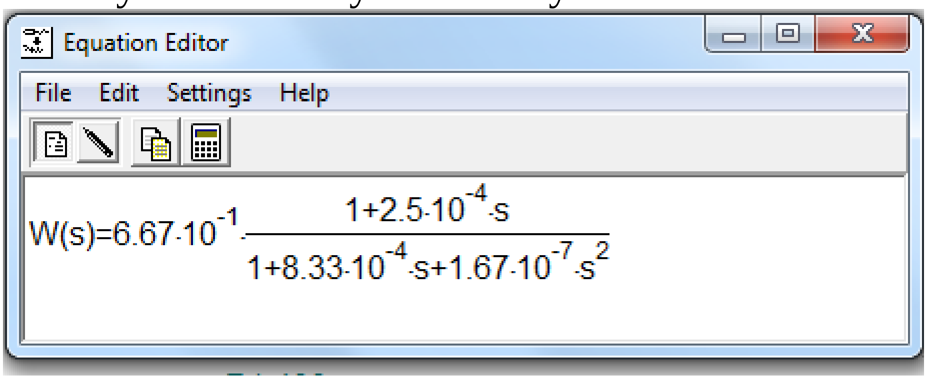
Проверяем моделированием.

Удаляем источники тока и напряжения. Устанавливаем вместо ключа генератор ступенчатого напряжения.



Проверяем аналитическое выражение передаточной функции.

Выполняем: Symbolic Analysis-Semi-symbolic AC Transfer:



Результаты совпадают.

Пункт 5. Расчёт переходной характеристики цепи

Переходную характеристику можно рассчитать по передаточной функции цепи:

$$h(t)\Leftrightarrow \frac{K(p)}{p}=\frac{800+0,2p}{p(2\cdot 10^{-4}p^2+p+1200)}=\frac{A(p)}{B(p)};$$

По теореме разложения находим оригинал:

1. Находим корни знаменателя:

$$B(p)=0;\ p_1=0,$$

$$(2\cdot 10^{-4}p^2+p+1200)=0$$

$$p_{2,3}=\frac{-1\pm\sqrt{1-4\cdot 2\cdot 10^{-4}\cdot 1200}}{2\cdot 2\cdot 10^{-4}}=\frac{-1\pm\sqrt{1-0,96}}{4\cdot 10^{-4}}=\frac{-1\pm 0,2}{4\cdot 10^{-4}}$$

$$p_2=\frac{-0,8}{4\cdot 10^{-4}}=-2000\ 1/c \qquad p_3=\frac{-1,2}{4\cdot 10^{-4}}=-3000\ 1/c$$

2. Находим производную знаменателя:

$$B'(p)=6\cdot 10^{-4}p^2+2p+1200.$$

3. Находим:

$$\frac{A(p_1)}{B'(p_1)}=\frac{800}{1200}=0,67;$$

$$\frac{A(p_2)}{B'(p_2)}=\frac{800-400}{6\cdot 10^{-4}\cdot 4\cdot 10^{6}-4\cdot 10^{3}+1200}=\frac{400}{2400-4000+1200}=\frac{400}{-400}=-1$$

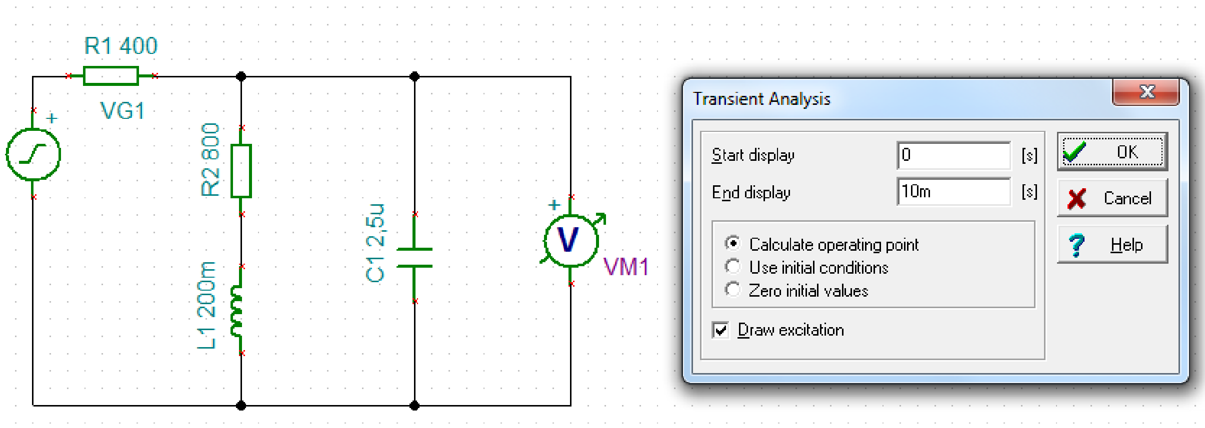
$$\frac{A(p_3)}{B'(p_3)}=\frac{800-600}{6\cdot 10^{-4}\cdot 9\cdot 10^{6}-6\cdot 10^{3}+1200}=\frac{200}{5400-6000+1200}=\frac{200}{600}=\frac{1}{3}$$

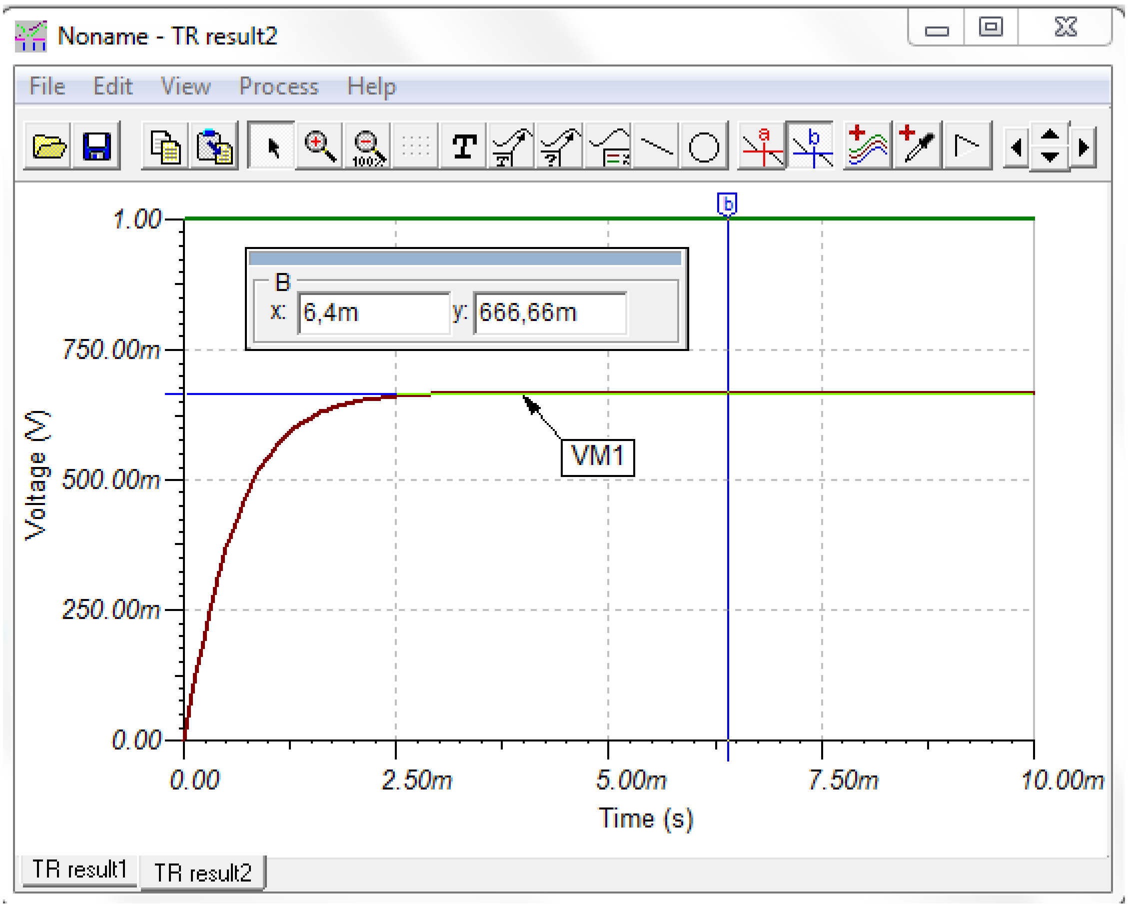
4. Находим ответ:

$$h(t)=\frac{A(p_1)}{B'(p_1)}e^{p_1t}+\frac{A(p_2)}{B'(p_2)}e^{p_2t}+\frac{A(p_3)}{B'(p_3)}e^{p_3t}=0,67-1\cdot e^{-2000t}+\frac{1}{3}\cdot e^{-3000t}\ B$$

Проверим моделированием.

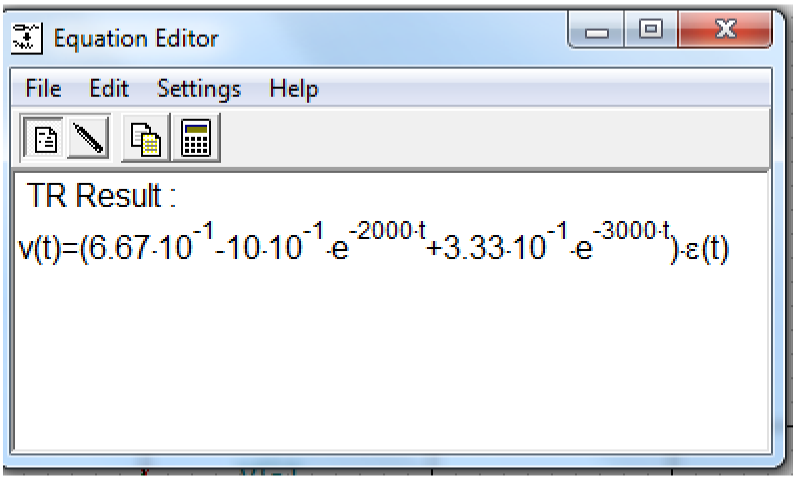
Выполняем: Analysis- Transient:





Проверяем аналитическое выражение:

Выполняем: Symbolic Analysis-Semi-symbolic Transient:



$$\varepsilon(t) = 1(t)$$

Результаты совпадают !!!!