

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
РАДИОТЕХНИКИ, ЭЛЕКТРОНИКИ И АВТОМАТИКИ»

В.А. Алехин

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА

**ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
МИНИАТЮРНОЙ ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКОЙ
ЛАБОРАТОРИИ МЭЛ,
КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ, МATHCAD**

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Издание третье, исправленное и дополненное

МОСКВА 2012

ББК 31.21

А 49

УДК 621.3.01

Рецензенты: профессор Ю.Е. Бабичев, профессор Н.Г. Анищенко

А 49 Алехин В.А. Электротехника: Лабораторный практикум с использованием Миниатюрной электротехнической лаборатории МЭЛ, компьютерного моделирования, Mathcad / Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Московский государственный технический университет радиотехники, электроники и автоматики» - М., 2012. – 224 с.

ISBN 978-5-7339-0620-1

Лабораторный практикум по электротехнике реализует разработанную на кафедре ТОЭ МИРЭА комплексную методику обучения, в которой сочетаются компьютерные технологии расчета и моделирования электрических цепей и реальные исследования на универсальном лабораторном стенде "Миниатюрная электротехническая лаборатория МЭЛ". В учебное пособие включены наиболее важные разделы теории электрических цепей. Каждый раздел содержит теоретическую часть, примеры расчетов с использованием Mathcad, описание лабораторных работ по теме раздела, расчетные домашние задания по обработке экспериментальных результатов. Причем, описание позволяет выполнять лабораторную работу как на реальном стенде МЭЛ, так и с использованием компьютерного моделирования в среде Electronics Workbench.

Материал предназначен для студентов специальностей 090900, 200100, 200400, 201000, 210100, 210400, 221000, 220400, 221700, 222900, 230100, изучающих дисциплины «Общая электротехника», «Общая электротехника и электроника», «Теоретические основы электротехники», «Электротехника», «Электротехника и электроника».

Табл. 36. Ил. 142. Библиограф.: 32 назв.

Печатается по решению редакционно-издательского совета университета.

© МГТУ МИРЭА, 2012

ВВЕДЕНИЕ

Лабораторный практикум по электротехнике в соответствии с государственными образовательными стандартами предусматривает практическое освоение студентами экспериментальных методов исследования электрических цепей, закрепление теоретических знаний и навыков расчета электрических цепей, знакомство с электрическими измерениями.

Широко распространенные в настоящее время компьютерные лабораторные практикумы не отвечают в полной мере этим требованиям. Экран компьютера, как и тренажер, не может заменить реальной практической работы с электрическими схемами и измерительными приборами. Кроме того, каждая дисциплина, изучаемая в вузе или техникуме, должна ассоциироваться с запоминающимся учебным оборудованием, приборами и усилиями, потраченными учащимися на выполнение экспериментальных и расчетных заданий. Компьютер, на котором мы ежедневно выполняем самые разные работы, является унифицированным рабочим инструментом и не связан с конкретными учебными дисциплинами.

На кафедре Теоретических основ электротехники МИРЭА наряду с внедрением в учебный процесс компьютерного моделирования электрических цепей с использованием программы ***Electronics Workbench 5.12 (EWB 5.12)***, разработан и внедрен в учебный процесс новый универсальный лабораторный стенд для реального исследования аналоговых электрических цепей с использованием современных приборов. Этот универсальный лабораторный стенд, названный **"Миниатюрная электротехническая лаборатория МЭЛ"** (в настоящее время выпускается МЭЛ-2), позволяет выполнить более 20 лабораторных работ по исследованию электрических цепей в аналоговой лаборатории и конструктивно соответствует современным тенденциям миниатюризации аппаратуры. Кафедра ТОЭ МИРЭА кроме аналоговой лаборатории имеет два компьютерных класса, в которых лабораторные работы студенты выполняют с помощью программы схемотехнического моделирования ***Electronics Workbench 5.12***. Несмотря на появление более поздних версий (***MultiSim***), программа EWB

5.12 наиболее подходит для быстрого освоения и использования учащимися.

Целесообразным и необходимым является сочетание аналоговых и компьютерных лабораторных средств исследования электрических цепей, а также использования в расчетных заданиях современных компьютерных программ (например, **Mathcad - 11**). Необходимая литература для изучения компьютерных программ и подготовки к лабораторным работам приведена в библиографическом списке. Компьютерные программы моделирования и расчета электрических цепей дают обучающимся мощный современный аппарат исследования и проектирования электронных устройств. Аналоговая лаборатория дает навыки работы с реальными приборами, сборки электрических схем, исследования характеристик реальных электронных компонентов. Изящные «Миниатюрные электротехнические лаборатории МЭЛ» и схемы электрических цепей, изображенные на лицевых панелях этих универсальных стендов, запомнятся студентам как образцы современного учебного лабораторного оборудования.

Для каждой специальности и формы обучения конкретный перечень минимума лабораторных работ установлен рабочими программами и сообщается студентам преподавателями. Для углубленного изучения электротехники мы рекомендуем выполнить большее количество работ (желательно все). При условии хорошей предварительной домашней подготовки на универсальном лабораторном стенде МЭЛ можно за одно занятие выполнить 2-3 лабораторные работы. Кроме того, на домашнем компьютере можно выполнить остальные работы, используя **EWB 5.12**.

Данный лабораторный практикум рассчитан на рациональное сочетание компьютерного моделирования и аналоговой лаборатории. Описания выполнения всех лабораторных работ изложены сразу для двух методов исследования и содержат аналоговые схемы и компьютерные модели. Порядок выполнения работ, как правило, одинаковый. Дополнительные пояснения по управлению реальными и виртуальными приборами даны в тексте заданий.

Лабораторный практикум содержит наиболее важные разделы теории электрических цепей. В каждом разделе даны краткие

теоретические сведения, необходимые для подготовки к лабораторной работе, контрольные вопросы и задачи для предварительного опроса и допуска к работе, описание изучаемых схем, лабораторное задание, домашнее расчетное задание и примерные задачи для зачета. В теоретических разделах приведены листинги программ расчета электрических цепей в **Mathcad-11**. При этом мы полагаем, что учащиеся знакомы с программой **Mathcad-11**, и даем лишь необходимые пояснения к листингам.

Краткое описание миниатюрной электротехнической лаборатории МЭЛ-2

Миниатюрная электротехническая лаборатория МЭЛ-2 выполнена в корпусе с габаритными размерами 450 х 320 х 150 мм. (рис.В.1). Стенд питается от сети переменного тока 220 В, 50 Гц. Масса изделия не более 6 кг.

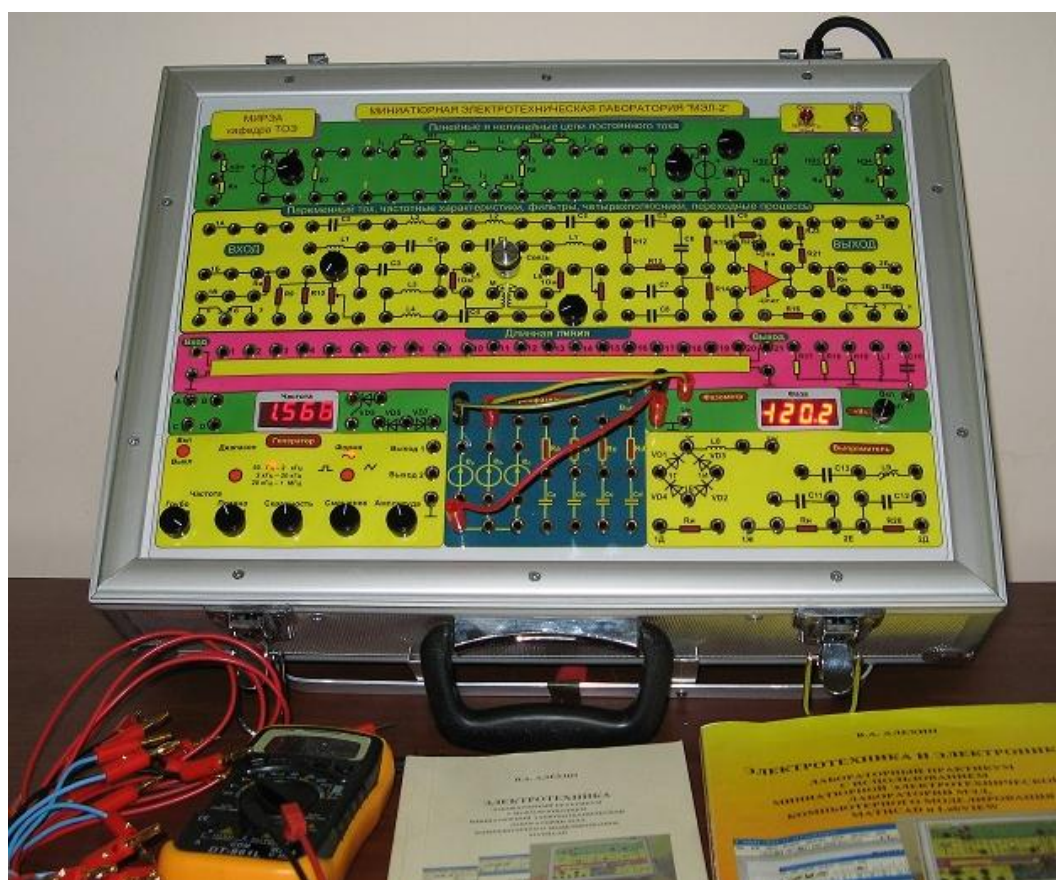


Рис. В.1. Внешний вид миниатюрной электротехнической лаборатории МЭЛ-2

МЭЛ-2 содержит: два регулируемых источника постоянного напряжения с защитой от перегрузки; встроенный функциональный генератор сигналов с диапазоном от 20 Гц до 1 МГц; цифровой частотомер; встроенный генератор трехфазного напряжения; встроенный фазометр, операционный усилитель с защитой от перегрузки; линию задержки; нелинейные элементы; биполярный и полевой транзисторы; наборы пассивных линейных элементов (резисторов, индуктивностей, емкостей) в соответствии с методическими указаниями по выполнению работ.

Эскиз наборного поля показан на рис.В.2. Наборное поле разделено на шесть панелей:

1. Линейные и нелинейные цепи постоянного тока.
2. Переменный ток, частотные характеристики, фильтры, четырехполосники, переходные процессы.
3. Длинная линия.
4. Функциональный генератор.
5. Трехфазная цепь.
6. Выпрямитель.

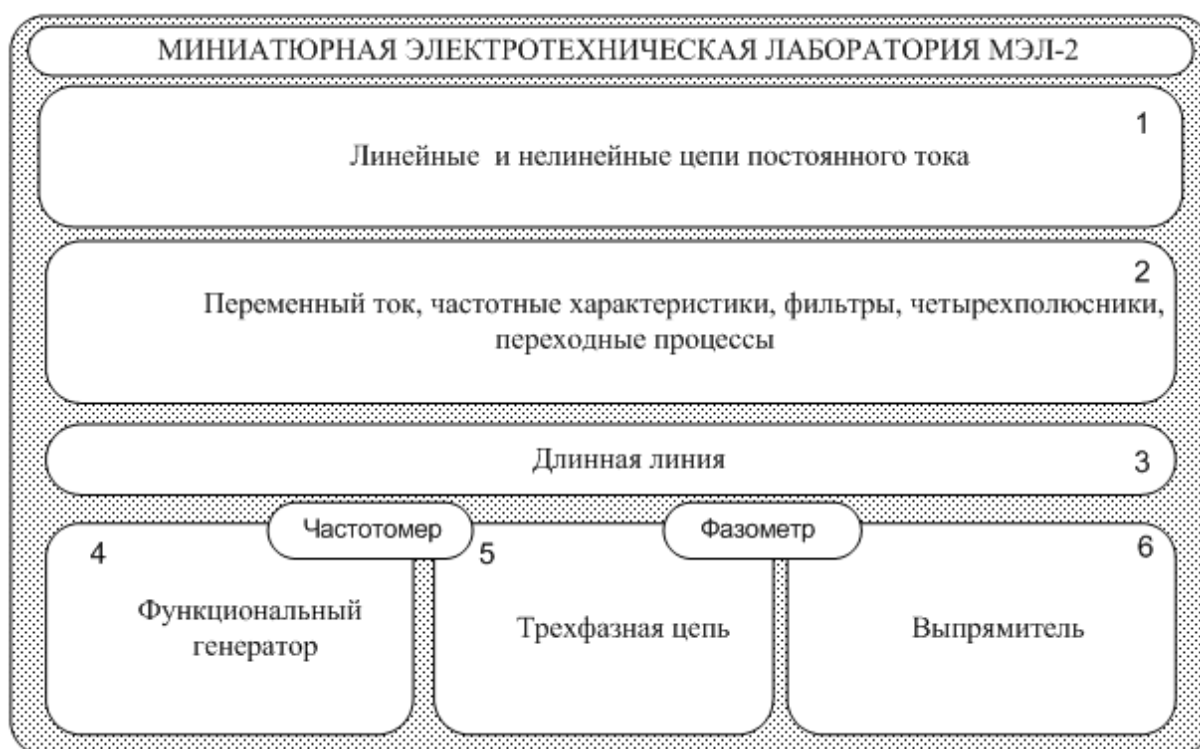


Рис.В.2. Эскиз наборного поля МЭЛ-2

Внешними приборами могут служить двухканальный осциллограф, мультиметр, позволяющий измерять постоянные и переменные напряжения и токи в диапазоне частот до 500 Гц. На более высоких частотах измерения могут осуществляться электронным вольтметром переменного тока или осциллографом.

Источники питания включаются тумблером "Сеть" на первой панели. Функциональный генератор, генератор трехфазных напряжений включаются отдельными тумблерами. Включение питания следует производить после сборки и проверки схемы.

Возможности МЭЛ-2 по количеству и содержанию исследований значительно превышают то, что включено в данный лабораторный практикум. На МЭЛ-2 можно исследовать характеристики транзисторов, транзисторные усилители и генераторы, нелинейные цепи переменного тока, переходные процессы в нелинейных цепях, цепях с распределенными параметрами и т.д. МЭЛ-2 предоставляет студентам и преподавателям широкие возможности для проведения реальных комплексных исследований электрических цепей и сочетания их с компьютерным моделированием и компьютерными расчетами.

Указания по выполнению и защите лабораторных работ

1. Перед выполнением цикла лабораторных работ необходимо внимательно изучить правила техники безопасности, получить от преподавателя инструктаж по этим правилам и правилам поведения при выполнении лабораторных работ. В дальнейшем строго соблюдать правила техники безопасности и поведения в учебной лаборатории.

2. Перед выполнением каждой лабораторной работы студенту следует заранее изучить рекомендованный к данной теме теоретический материал, ознакомиться с описанием работы, продумать ответы на вопросы для самопроверки, подготовить в рабочем отчете бланк для заполнения протокола наблюдений. Бланк протокола наблюдений должен содержать наименование работы, схемы и таблицы для записи опытных данных. Лабораторные работы выполняются отдельными бригадами из двух-трех человек. Допускается иметь один рабочий отчет на бригаду. Рабочие отчеты должны

оформляться в отдельной тетради для всего цикла лабораторных работ.

3. В начале лабораторной работы преподаватель проводит опрос студентов, проверяет наличие протоколов и готовность к работе.

4. Включение и выключение лабораторного стенда МЭЛ можно производить после допуска к работе. Включение компьютера производить, следуя инструкциям по работе в среде Windows.

5. При компьютерном моделировании выполняются те же исследования, что и на МЭЛ, поэтому все таблицы экспериментальных данных должны быть заполнены.

6. Работа считается выполненной после утверждения преподавателем рабочего отчета бригады.

7. Для защиты лабораторной работы каждый студент по каждой работе составляет индивидуальный отчет, который должен содержать:

- заглавие (номер и название лабораторной работы);
- схемы исследованных электрических цепей;
- результаты исследований (в виде таблиц и графиков);
- расчетную часть задания;
- выводы по работе.

8. Работа считается защищенной после собеседования, утверждения индивидуального отчета преподавателем и решения контрольного задания по работе.

Глава 1. ЛИНЕЙНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

1.1. Краткие теоретические сведения и методы численного расчета линейных электрических цепей

Рассмотрим основные понятия и свойства линейных цепей постоянного тока на примере схемы рис.1.1.

В электрических цепях постоянного тока источниками энергии являются источники постоянного напряжения E и источники постоянного тока J . Понятие «**постоянное напряжение (ток)**» означает, что во времени значение и направление напряжения

(тока) не меняются. Можно сказать, что **частота изменения постоянного напряжения (тока) $\omega = 0$** .

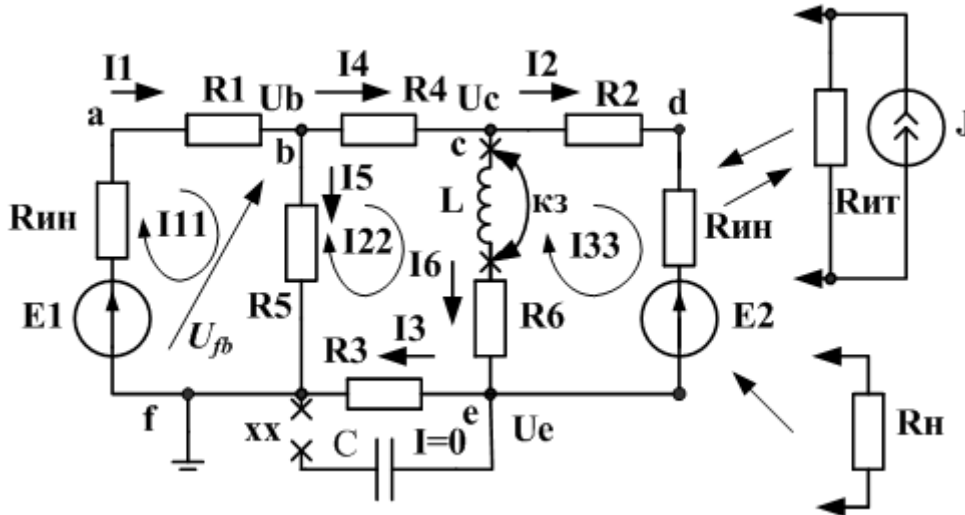


Рис.1.1. Схема линейной цепи постоянного тока

В идеальном источнике напряжения внутреннее сопротивление $R_{ин} = 0$ и напряжение на выходе идеального источника напряжения равно E и не зависит от внешней цепи.

В идеальном источнике тока внутреннее сопротивление $R_{ит} = \infty$, ток, отдаваемый во внешнюю цепь, не зависит от свойств внешней цепи.

Источник тока J с параллельно включенным сопротивлением $R_{ит}$ можно заменить эквивалентным источником напряжения $E_2 = J \cdot R_{ит}$, в котором $R_{ин} = R_{ит}$.

И наоборот, источник напряжения E_2 с внутренним сопротивлением $R_{ин}$ можно заменить источником тока

$$J = \frac{E_2}{R_{ин}}, \text{ в котором } R_{ин} = R_{ит}.$$

Пассивными элементами электрической цепи являются сопротивление (резистор), индуктивность (катушка индуктивности), емкость (конденсатор).

По закону Ома напряжение на резисторе $u_R = i \cdot R$.

В цепи постоянного тока ($i = const, u = const$) напряже-

ние на индуктивности $u_L = L \frac{di_L}{dt} = 0$ и индуктивность эквивалентна короткому замыканию (КЗ). Ток через емкость $i_C = C \frac{du_C}{dt} = 0$ и емкость эквивалентна разрыву (холостому ходу – ХХ).

Вольтамперной характеристикой элемента электрической цепи называют зависимость тока, проходящего через этот элемент, от напряжения на его зажимах.

Электрическая цепь постоянного тока является линейной, если все элементы цепи имеют линейные вольтамперные характеристики.

Структура электрической цепи определяется взаимным расположением ветвей, узлов и контуров. **Ветвь** это участок цепи, через который проходит один и тот же ток. **Узел** – место соединения трех и более ветвей. **Контур** – замкнутый путь, последовательность ветвей и узлов, в которой каждая ветвь и каждый узел входит один раз. В схеме рис.1.1. 6 ветвей (не считая разомкнутой емкости), 4 узла и 3 контура. Один из узлов (например, f) заземляют и считают общим.

Основные законы электрических цепей

Обобщенный закон Ома для участка цепи, содержащего источник напряжения:

Ток в ветви равен напряжению на зажимах ветви, взятому по направлению тока, плюс (минус) источники напряжения, деленному на сумму сопротивлений ветви.

$$\text{Ток в первой ветви } I_1 = \frac{U_{fb} + E_1}{R_{ин} + R_1}.$$

Знак плюс берут для источников напряжения, совпадающих по направлению с током.

точников напряжения, совпадающих по направлению с током.

Первый закон Кирхгофа:

Алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю (или сумма входящих в узел токов равна сумме выходящих

ТОКОВ).

Для узла **b**: $I_1 = I_4 + I_5$.

Второй закон Кирхгофа:

В замкнутом контуре алгебраическая сумма падений напряжений на пассивных элементах равна алгебраической сумме источников напряжения. При этом со знаком плюс берут падения напряжения на тех пассивных элементах, в которых токи совпадают с направлением обхода контура. Со знаком плюс берут источники напряжения, совпадающие по направлению с направлением обхода контура.

Алгебраические методы расчета электрических цепей

Для расчета сложных электрических цепей применяют алгебраические методы, основанные на составлении и решении систем уравнений для токов и напряжений в цепи. Рассмотрим применение алгебраических методов для расчета цепи, показанной на рис.1.1.

Расчет цепи по уравнениям Кирхгофа в Mathcad

Есть такое правило: *прежде чем начать серьезную работу, приготовь хороший инструмент*. Отличным инструментом для инженерных расчетов является пакет Mathcad. С этой программой студенты должны знакомиться уже с первого курса и применять Mathcad в расчетах типовых заданий и курсовых работ. В данном пособии приведены примеры решения электротехнических задач в Mathcad с комментариями и пояснениями. Подробно со всеми возможностями этой программы можно познакомиться в [18].

Пример 1.1. Рассчитать токи в линейной цепи (рис.1.1.) по законам Кирхгофа.

Записываем уравнения по первому закону Кирхгофа для узлов b, c, e:

$$\begin{aligned} \text{Узел } b: I_1 &= I_4 + I_5 \\ \text{Узел } c: I_4 &= I_2 + I_6 \\ \text{Узел } e: I_3 &= I_6 + I_2 \end{aligned} \quad (1.1)$$

Записываем уравнения по второму закону Кирхгофа для трех контуров. Для этого последовательно обходим контуры по

направлению обхода и приравниваем сумму падений напряжений на пассивных элементах контура сумме ЭДС:

$$\begin{aligned} 1\text{-й контур} : R_{ин} I_1 + R_1 I_1 + R_5 I_5 &= E_1 \\ 2\text{-й контур} : R_4 I_4 + R_6 I_6 + R_3 I_3 - R_5 I_5 &= 0 \\ 3\text{-й контур} : R_2 I_2 + R_{ин} I_2 - R_6 I_6 &= -E_2 \end{aligned} \quad (1.2)$$

Решаем уравнения в Mathcad.

Задаем значения параметров цепи:

$$\begin{aligned} E_1 &:= 12 \quad \text{В} \quad E_2 := 8 \quad \text{В} \quad R_{ин} := 4 \quad \text{Ом} \quad R_1 := 20 \quad \text{Ом} \\ R_2 &:= 30 \quad \text{Ом} \quad R_3 := 30 \quad \text{Ом} \quad R_4 := 20 \quad \text{Ом} \\ R_5 &:= 40 \quad \text{Ом} \quad R_6 := 20 \quad \text{Ом} \end{aligned}$$

Составляем уравнения по законам Кирхгофа

Given (Ключевое слово решения уравнений)

По первому закону Кирхгофа:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_4 + I_5 \\ I_4 &= I_2 + I_6 \\ I_3 &= I_6 + I_2 \end{aligned}$$

По второму закону Кирхгофа:

$$\begin{aligned} R_{ин} \cdot I_1 + R_1 \cdot I_1 + R_5 \cdot I_5 &= E_1 \\ R_4 \cdot I_4 + R_6 \cdot I_6 + R_3 \cdot I_3 - R_5 \cdot I_5 &= 0 \\ R_2 \cdot I_2 + R_{ин} \cdot I_2 - R_6 \cdot I_6 &= -E_2 \end{aligned}$$

Примечание об операторах:

Оператор локального присваивания ($:=$) присваивает численное или символьное значение переменным, расположенным ниже и правее этого знака. Знак локального присваивания находится на панели «Калькулятор» или вызывается клавишей ($:$ - двоеточие) английского алфавита.

Жирный знак равенства из панели «Булевы операторы» ($=$) - это логическое равенство, используется в уравнениях после ключевого слова Given и в символьных вычислениях. Этот знак можно вызвать сочетанием клавиш Ctrl=.

Обычный (тонкий) знак равенства ($=$) дает вывод результата численного расчета.

Находим вектор искомых токов:

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \end{pmatrix} := \text{Find}(I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6) \text{ float}, 4 \rightarrow \begin{pmatrix} .2240 \\ -.1265 \\ 5.847 \cdot 10^{-2} \\ 5.847 \cdot 10^{-2} \\ .1656 \\ .1850 \end{pmatrix}$$

Инструменты символьных вычислений **float,4** $\rightarrow$ дают результат решения в виде столбца значений токов с четырьмя значащими цифрами.

Расчет цепи методом контурных токов (МКТ) в Mathcad

Пример 1.2. Рассчитать контурные токи в цепи (рис.1.1).

Независимые контуры и контурные токи I_{11} , I_{22} , I_{33} обозначены на схеме.

Записываем канонические уравнения по методу МКТ для трехконтурной схемы (рис.1.1):

$$\begin{pmatrix} I_{11} \\ I_{22} \\ I_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ E_{33} \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

Диагональные сопротивления контурной матрицы сопротивлений с одинаковыми индексами находим как сумму всех сопротивлений контура при последовательном обходе. Недиagonальные сопротивления с разными индексами равны сопротивлениям смежных ветвей контуров, причем со знаком плюс берут те сопротивления смежных ветвей, в которых контурные токи направлены одинаково. Контурные ЭДС равны алгебраической сумме всех ЭДС контура. Со знаком плюс берут ЭДС, совпадающие по направлению с обходом контура.

Записываем уравнения в Mathcad.

Сопротивления контурной матрицы

$$R_{11} := R_{\text{ин}} + R_1 + R_5$$

$$R_{22} := R_3 + R_4 + R_5 + R_6$$

$$R_{33} := R_2 + R_6 + R_{\text{ин}}$$

$$R_{12} := -R_5 \quad R_{21} := -R_5 \quad R_{23} := -R_6$$

$$R_{13} := 0 \quad R_{31} := 0 \quad R_{32} := -R_6$$

Контурные ЭДС

$$E_{11} := E_1 \quad E_{22} := 0 \quad E_{33} := -E_2$$

Матричные канонические уравнения МКТ

$$\text{ORIGIN} := 1 \quad i := 1..3 \quad k := 1..3$$

$$R_{ik} := \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix} \quad E_{kk} := \begin{pmatrix} E_{11} \\ E_{22} \\ E_{33} \end{pmatrix}$$

Решение уравнений

$$I := R_{ik}^{-1} \cdot E_{kk} \quad I = \begin{pmatrix} 2.24 \times 10^{-1} \\ 5.847 \times 10^{-2} \\ -1.265 \times 10^{-1} \end{pmatrix}$$

Примечание: векторы и матрицы формируются в шаблонах панели «Матрица». Первые индексы соответствуют номеру строки, вторые индексы соответствуют номеру столбца. Встроенная переменная ORIGIN определяет нумерацию элементов в векторах и матрицах. По умолчанию ORIGIN = 0. Если задано ORIGIN:=1, нумерация индексов начинается с единицы.

Токи в ветвях

$$I_1 := I_1 \quad I_1 = 2.24 \times 10^{-1} \quad \text{A}$$

$$I_2 := I_3 \quad I_2 = -1.265 \times 10^{-1} \quad \text{A}$$

$$I_3 := I_2 \quad I_3 = 5.847 \times 10^{-2} \quad \text{A}$$

$$I_4 := I_3 \quad I_4 = 5.847 \times 10^{-2} \quad \text{А}$$

$$I_5 := I_1 - I_2 \quad I_5 = 1.656 \times 10^{-1} \quad \text{А}$$

$$I_6 := I_2 - I_3 \quad I_6 = 1.85 \times 10^{-1} \quad \text{А}$$

Пояснение: контурные токи представлены в виде вектора-столбца и имеют нижние индексы: $I_1 = I_{11}$, $I_2 = I_{22}$, $I_3 = I_{33}$.

Расчет методом узловых напряжений (МУН) в Mathcad

Составляем уравнения по методу узловых напряжений.

Нумеруем узлы: $b \rightarrow 1$, $c \rightarrow 2$, $e \rightarrow 3$.

Записываем для схемы с тремя независимыми узлами канонические уравнения МУН для расчета напряжений в узлах:

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} J_{11} \\ J_{22} \\ J_{33} \end{pmatrix} \quad (1.4)$$

В матрице узловых проводимостей диагональные проводимости с одинаковыми индексами находим как сумму проводимостей всех ветвей, подключенных к узлу с таким же индексом. Недиагональная проводимость с разными индексами (например, G_{12}) равна взятой со знаком минус проводимости всех ветвей, соединяющих узлы 1 и 2.

Узловые токи находим как алгебраическую сумму подключенных к данному узлу источников напряжения, деленных на сопротивления ветвей, в которых они находятся, и источников тока. Со знаком плюс берем источники, направленные к узлу.

Записываем уравнения в Mathcad:

Узловые проводимости

$$G_{11} := \frac{1}{R_1 + R_{\text{ин}}} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \quad G_{22} := \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_2 + R_{\text{ин}}} + \frac{1}{R_6}$$

$$G_{33} := \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{R_2 + R_{\text{ин}}}$$

$$G_{12} := \frac{-1}{R_4} \quad G_{21} := \frac{-1}{R_4}$$

$$G_{13} := 0 \quad G_{31} := 0$$

$$G_{23} := \frac{-1}{R_6} + \frac{-1}{R_2 + R_{\text{ИН}}} \quad G_{32} := \frac{-1}{R_6} + \frac{-1}{R_2 + R_{\text{ИН}}}$$

Узловые токи

$$J_1 := \frac{E_1}{R_1 + R_{\text{ИН}}} \quad J_2 := \frac{E_2}{R_2 + R_{\text{ИН}}} \quad J_3 := \frac{-E_2}{R_2 + R_{\text{ИН}}}$$

Матричное уравнение

$$U := \begin{pmatrix} G_{11} & G_{12} & G_{13} \\ G_{21} & G_{22} & G_{23} \\ G_{31} & G_{32} & G_{33} \end{pmatrix}^{-1} \cdot \begin{pmatrix} J_1 \\ J_2 \\ J_3 \end{pmatrix} \quad U = \begin{pmatrix} 6.623 \times 10^0 \\ 5.453 \times 10^0 \\ 1.754 \times 10^0 \end{pmatrix}$$

Расчет токов в ветвях

$$I_1 := \frac{E_1 - U_1}{R_1 + R_{\text{ИН}}} \quad I_1 = 2.24 \times 10^{-1} \text{ A}$$

$$I_2 := \frac{U_2 - U_3 - E_2}{R_2 + R_{\text{ИН}}} \quad I_2 = -1.265 \times 10^{-1} \text{ A}$$

$$I_3 := \frac{U_3}{R_3} \quad I_3 = 5.847 \times 10^{-2} \text{ A}$$

$$I_4 := \frac{U_1 - U_2}{R_4} \quad I_4 = 5.847 \times 10^{-2} \text{ A}$$

$$I_5 := \frac{U_1}{R_5} \quad I_5 = 1.656 \times 10^{-1} \text{ A}$$

$$I_6 := \frac{U_2 - U_3}{R_6} \quad I_6 = 1.85 \times 10^{-1} \text{ A}$$

Итак, расчет токов выполнен тремя методами, результаты расчетов совпадают. Расчеты происходят быстро, ошибки легко исправляются. Рекомендую Вам выполнять расчетные задания в лабораторном практикуме и на практических занятиях, используя

Mathcad.

Примеры расчетов различных электротехнических задач даны во многих главах учебного пособия и постепенно станут для Вас понятным и эффективным рабочим инструментом.

Метод эквивалентного генератора (МЭГ)

Если требуется найти ток только в одной ветви сложной цепи, применяют метод эквивалентного генератора. Суть его состоит в следующем.

1. Размыкаем ветвь с неизвестным током и находим напряжение холостого хода U_{xx} на зажимах разомкнутой ветви и входное сопротивление $R_{вх}$.

2. Заменяем сложную цепь активным двухполюсником с источником напряжения $E_{экв} = U_{xx}$ и внутренним сопротивлением $R_{вх}$ (рис. 1.2). Это и есть эквивалентный генератор. Подключаем к эквивалентному генератору сопротивление ветви (нагрузки) и вычисляем ток по формуле:

$$I = \frac{E_{экв}}{R_{вх} + R_n} \quad (1.5)$$

Если $R_n = 0$, ток в ветви называют током короткого замыкания $I_{кз} = \frac{U_{xx}}{R_{вх}}$. Отсюда видно, что входное сопротивление

можно рассчитать как $R_{вх} = \frac{U_{xx}}{I_{кз}}$.

В исходной схеме (рис.1.1) сопротивления ветвей не превышают 100 Ом. Будем искать методом эквивалентного генератора ток I_4 . С достаточной для инженерных расчетов точностью в начале программы метода узловых напряжений присвоим $R_4 = 10^7$ Ом. Программа МУН автоматически пересчитает новые значения напряжений в узлах. Получим напряжение холостого хода $U_{xx} = U_1 - U_2 = 7,5 - 2,963 = 4,537$ В. Далее зададим

$R_4 = 10^{-7}$ Ом. Снова программой МУН найдем ток короткого

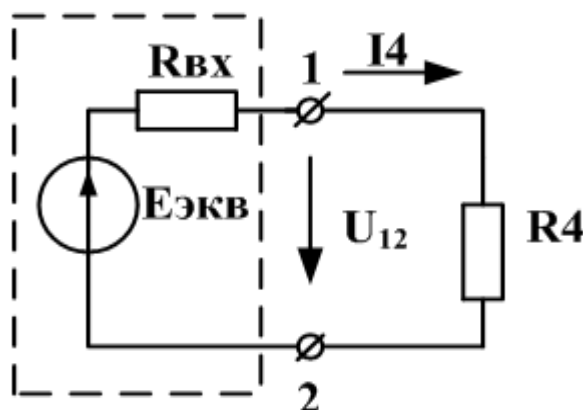


Рис.1.2. Схема эквивалентного генератора с нагрузкой

замыкания $I_{4кз} = 7,878 \cdot 10^{-2}$ А. Входное сопротивление

$$R_{вх} = \frac{4,537}{7,878 \cdot 10^{-2}} = 57,59 \text{ Ом. Ток в сопротивлении } R_4 \text{ составля-$$

ет:

$$I_4 := \frac{7.5 - 2.963}{57.59 + 20} \quad I_4 = 5.847 \times 10^{-2} \text{ А}$$

Это значение совпадает с найденным ранее.

Согласование нагрузки с генератором

Для выделения максимальной мощности в нагрузке требуется выполнить **условие согласования нагрузки с генератором**

$$R_n = R_{вх}.$$

При этом максимальная мощность в нагрузке равна:

$$P_{\max} = \frac{(E_{\text{экв}})^2 \cdot R_n}{(R_{\text{вх}} + R_n)^2} = \frac{(E_{\text{экв}})^2}{4R_{\text{вх}}} \quad (1.6)$$

Баланс мощности

В электрической цепи постоянного тока сумма мощностей, выделяемых источниками энергии, равна сумме мощностей, потребляемых в нагрузках (резисторах). В цепи (рис.1.1.) мощность источников напряжения (Mathcad):

Баланс мощности

$$P_{\text{ист}} := E_1 \cdot I_1 - E_2 \cdot I_2 \quad P_{\text{ист}} = 3.7 \times 10^0 \quad \text{Вт}$$

$$P_{\text{потр}} := I_1^2 \cdot (R_1 + R_{\text{ин}}) + I_2^2 \cdot (R_2 + R_{\text{ин}}) + I_3^2 \cdot R_3 + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6$$

$$P_{\text{потр}} = 3.7 \times 10^0 \quad \text{Вт}$$

Как видим, баланс мощности выполняется.

Мощность источника тока, подключенного вместо E_2 к узлам de (рис.1.1): $P_J = J \cdot U_{de}$ (источник тока направлен к узлу d).

Метод наложения

Метод наложения заключается в том, что ток в какой-либо ветви схемы можно представить как алгебраическую сумму токов, получающихся от отдельных источников напряжения при исключении остальных и сохранении внутреннего сопротивления исключенных источников. Ток в любой (например, m -ой) ветви можно выразить в виде суммы:

$$I_m = E_1 g_{m1} + E_2 g_{m2} + \dots + E_m g_{mm} + \dots + E_n g_{mn} \quad (1.7)$$

Для опытного определения **входной проводимости** g_{mm} и **взаимных проводимостей** g_{m1} и g_{mn} в схеме следует оставить только один источник E_m , а остальные источники исключить, оставив их внутренние сопротивления, и измерить токи в ветвях,

тогда
$$g_{m1} = g_{1m} = \frac{I_1}{E_m}; g_{mm} = \frac{I_m}{E_m}; g_{mn} = g_{nm} = \frac{I_n}{E_m}. \quad (1.8)$$

Теорема взаимности

Если в линейной цепи источник напряжения E_m , помещенный в ветвь m , вызывает в ветви n ток I_n , то тот же источник, помещенный в ветвь n , создаст в ветви m равный по величине ток $I_m = I_n$. В связи с этим взаимные проводимости $g_{nm} = g_{mn}$.

Метод подобия

В линейной цепи с одним источником напряжения или тока можно условно задать произвольное значение тока в самой удаленной от источника ветви, рассчитать при этом все условные токи и ве-

личину источника. Затем надо найти коэффициент пропорциональности (подобия) между истинным значением источника и условным, умножить на него условные токи и определить истинные токи.

Потенциальная диаграмма

Распределение потенциалов ϕ вдоль замкнутого контура электрической цепи может быть представлено потенциальной диаграммой, построенной в координатах ϕ , R . По горизонтальной оси при обходе цепи суммируются сопротивления R .

1.2. Вопросы для самопроверки и задания для подготовки к лабораторной работе

1. Какие элементы используются в линейных цепях постоянного тока? Нарисуйте вольтамперные характеристики этих элементов.

2. Как преобразовать источник напряжения в источник тока и обратно?

3. Нарисуйте четырехконтурную цепь постоянного тока с двумя источниками напряжения и источником тока. Обозначьте токи в ветвях и запишите уравнения для расчета токов по законам Кирхгофа, по методу контурных токов и по методу узловых напряжений.

4. Нарисуйте двухконтурную цепь с источником напряжения и источником тока. Задайте значения параметров всех элементов. Рассчитайте ток в одной из ветвей методом наложения. Определите остальные токи.

5. В двухконтурной цепи (п. 4) рассчитайте ток в одном из сопротивлений методом эквивалентного генератора.

6. Какое значение должно иметь сопротивление ветви нагрузки (п.5), чтобы в нем выделялась наибольшая мощность?

7. Как рассчитать баланс мощности для Вашей двухконтурной цепи (п.4)?

Обязательно для всех лабораторных работ!

8. Прочитайте весь текст лабораторной работы.

9. Подготовьте в тетради для лабораторных работ Протокол измерений. Протокол должен содержать схемы исследуемых цепей и таблицы для результатов измерений.

10. Подготовьтесь к вопросам по содержанию лабораторной работы, методам измерений, ожидаемым результатам.

Для желающих!

Предварительное расчетное задание

1. Пользуясь указаниями по выбору параметров элементов, данными в следующем разделе, нарисуйте схему цепи, которую Вам предстоит исследовать в лабораторной работе. Составьте уравнения, выбрав один из алгебраических методов расчета, и рассчитайте токи в цепи, используя Mathcad.

2. Если Вы хотите узнать больше, сделайте сначала лабораторную работу дома в среде Electronics Workbench 5.12 (EWB 5.12). На занятии Вы выполните исследования для реальной цепи.

1.3. Лабораторная работа №1

Исследование линейной электрической цепи постоянного тока

Цель работы - опытное исследование свойств линейной электрической цепи, нахождение токов в ветвях методом наложения и по законам Кирхгофа, определение потенциалов точек электрической цепи, исследование передачи энергии от активного двухполюсника нагрузке и сопоставления опытных и теоретических данных.

Работа может быть выполнена реальным моделированием на универсальном лабораторном стенде МЭЛ или компьютерным моделированием виртуальной цепи с использованием программы Electronics Workbench 5.12 (EWB 5.12).

Описание набора элементов и приборов

На первой панели МЭЛ имеется электрическая цепь (Рис.1.3), состоящая из постоянных сопротивлений $R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_6$ и трех измерительных сопротивлений $R_u=10$ Ом. Значения постоянных сопротивлений следующие: $R_1=100$ Ом, $R_2=200$ Ом, $R_3=270$ Ом, $R_4=300$ Ом, $R_5=150$ Ом, $R_6=360$ Ом.

Исследуемая линейная цепь собирается подключением к пассивной цепи (Рис.1.3) источников напряжения E_1, E_2 и переменного сопротивления нагрузки R_n (Рис.1.4).

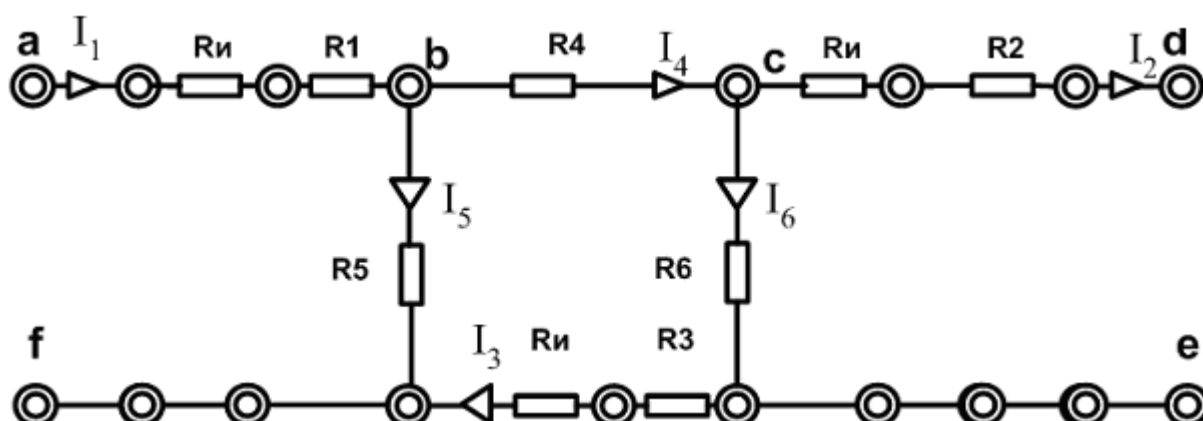


Рис.1.3. Схема реального моделирования цепи

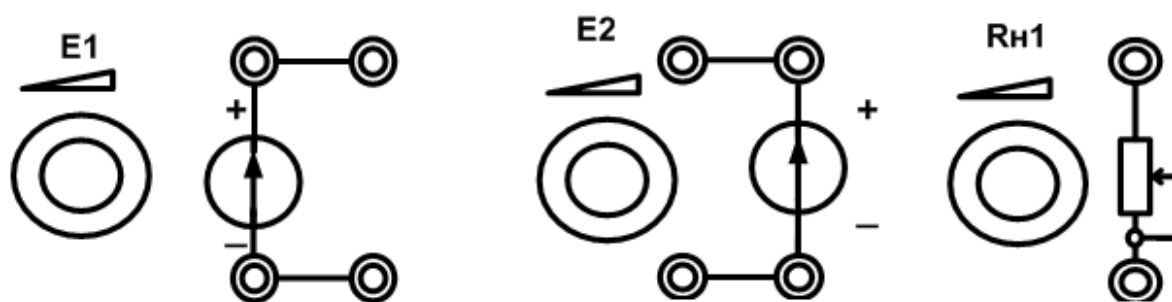


Рис.1.4. Источники напряжения и сопротивление нагрузки

Измерительные сопротивления $R_{и}$ включены в первую, вторую и третью ветви схемы. Измерения проводятся мультиметром или вольтметром постоянного тока. Токи в остальных ветвях находят по первому закону Кирхгофа.

Численные значения напряжений источников определяются по двум последним цифрам “ mn ” номера студенческого билета по следующим формулам:

$$E_1 = (-1)^m \cdot \begin{cases} m + 5, & \text{если } m \leq 5 \\ m, & \text{если } m > 5 \end{cases} \quad (1.9)$$

$$E_2 = (-1)^n \cdot \begin{cases} n + 5, & \text{если } n \leq 5 \\ n, & \text{если } n > 5 \end{cases}$$

Если работу выполняет бригада студентов, возьмите номер студенческого билета бригадира.

Схема для компьютерного моделирования показана на рис. 1.5.

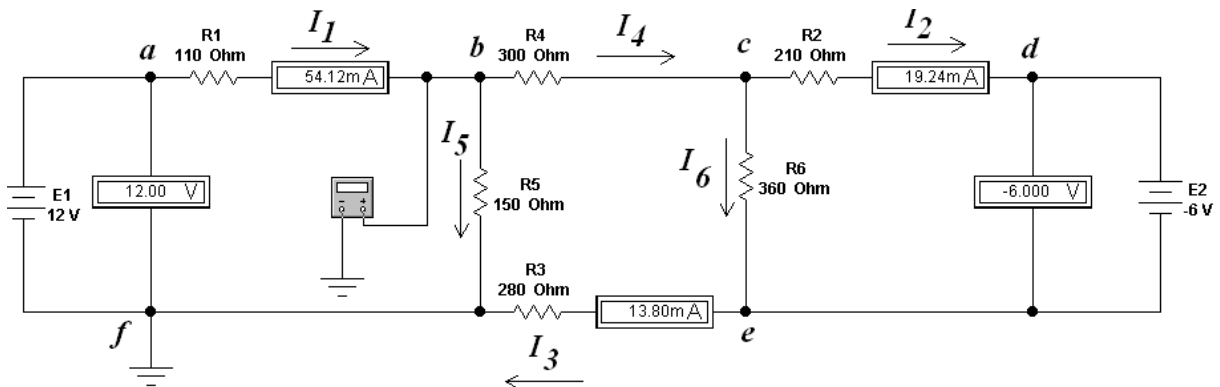


Рис.1.5. Схема для компьютерного моделирования

Для сборки виртуальной модели цепи последовательно перетаскивайте на рабочее поле все элементы цепи: источники напряжения с панели “Sources” , резисторы с панели “Basic” , вольтметры и амперметры с панели “Indicators” , мультиметр с панели “Instruments” . Расположите элементы цепи в соответствии со схемой. Элементы можно поворачивать, выделив их щелчком левой кнопки и вызвав окно команд редактирования щелчком правой кнопки. Для соединения элементов в цепь подведите стрелку указателя к выводу элемента, после появления черной контактной точки нажмите левую кнопку мыши, протащите проводник до вывода другого элемента и, добившись соединения, отпустите левую кнопку мыши.

Для изменения значений параметра элемента выделите его, щелкнув левой кнопкой мыши. Затем нажмите правую кнопку, выберите “Component Properties” и установите нужное значение параметра на вкладке “Value”. В виртуальной модели значения сопротивлений R_1 , R_2 , R_3 увеличены на 10 Ом для учета измерительных сопротивлений реальной модели.



При сборке схемы в EWB 5.12 стрелки токов должны входить в положительные клеммы амперметров, которые в модели изображены тонкой линией. При этом значения токов по знаку будут соответствовать принятым направлениям стрелок. Мультиметр позволяет измерять постоянные и переменные напряжения и токи, а

также сопротивления. Переключения режимов выполняется нажатием кнопок на панели мультиметра

Рабочее задание

1. Установите рассчитанные по формулам 1.9 или заданные преподавателем величины напряжения каждого из двух источников напряжения. Измерения проводите вольтметром. Значения напряжений запишите в рабочий отчет и поддерживайте неизменными.

2. Подключите к гнездам **a, f** цепи (Рис. 1.3, 1.5) источник напряжения E_1 . Гнезда **d, e** замкните перемычкой. (В виртуальной модели вместо перемычки установите значение $E_2=0$).

3. Определите токи во всех ветвях при действии только источника напряжения E_1 . Результаты запишите в таблицу 1.

Для определения токов в реальной модели можно использовать мультиметр в режиме вольтметра, подключая его параллельно измерительным сопротивлениям $R_{ii}=10$ Ом в первой, второй и третьей ветви. Значение тока в ветви рассчитывается по формуле

$$I_k = U_{ки} / 10 \text{ Ом},$$
 где $U_{ки}$ - напряжение, измеренное на измерительном сопротивлении в ветви с номером 1, 2, 3; I_k - ток в этой ветви.

Токи надо обязательно определять с учетом знаков для "условно положительных направлений", обозначенных на схеме (Рис.1.3). Для этого "плюс" прибора следует подключать к тому гнезду измерительного сопротивления, к которому направлена стрелка тока.

Токи в остальных ветвях рассчитайте по первому закону Кирхгофа.

4. Подключите к гнездам **d, e** источник напряжения E_2 , а вместо источника напряжения E_1 гнезда **a, f** замкните перемычкой. (В виртуальной модели установите заданное значение E_2 и $E_1=0$). Так же, как в п.3, определите токи во всех ветвях (с учетом их знаков) при действии только источника напряжения E_2 . Результаты запишите в таблицу 1.1.

5. Включите два источника напряжения. Определите токи в ветвях схемы при действии обоих источников (с учетом знаков токов). Результаты запишите в таблицу 1.1

Таблица 1.1

	$E_1 \neq 0$ $E_2 = 0$	$E_1 = 0$ $E_2 \neq 0$	$E_1 \neq 0$ $E_2 \neq 0$ опыт	$E_1 \neq 0$ $E_2 \neq 0$ расчет
I_1 , мА				
I_2 , мА				
I_3 , мА				

6. По опытным данным пунктов 3 и 4 подсчитайте токи во всех ветвях при действии обоих источников напряжения и сравните результаты с экспериментом п. 5.

7. В схеме с одним источником напряжения E_1 , подключенным к гнездам **a, f**, измерьте напряжение холостого хода U_{xx} между разомкнутыми точками **d, e** и ток короткого замыкания $I_{кз}$ при замкнутых зажимах (гнездах) **d, e**. В реальной модели ток короткого замыкания определите по напряжению на измерительном сопротивлении во второй ветви. Рассчитайте входное сопротивление цепи со стороны правых зажимов: $R_{вх} = U_{xx} / I_{кз}$.

8. Исключите два источника напряжения. Измерьте мультиметром в режиме омметра входное сопротивление со стороны правых зажимов. При измерении входного сопротивления вместо удаленных источников напряжения и тока надо оставить их внутренние сопротивления. Сравните результаты, полученные в п.п. 7 и 8.

9. Включите два источника напряжения и измерьте мультиметром напряжения во всех узлах схемы относительно узла **f**. Результаты запишите в таблицу 1.2.

Таблица 1.2

φ_a	φ_b	φ_c	φ_d	φ_e

10. Включите вместо источника напряжения E_2 переменное сопротивление нагрузки R_n . Изменяя значение R_n от нуля (режим кз) до ∞ (в режиме xx), измерьте в 6-7 точках напряжение на нагрузке и ток в ней. Одно из значений R_n должно равняться

входному сопротивлению, измеренному в п.7. В виртуальной модели вместо E_2 включите резистор и изменяйте его значения в каждом опыте. Запишите показания в таблицу 1.3. Рассчитайте мощность, выделяемую в нагрузке и сопротивление R_n . Найдите максимальное значение мощности и соответствующие максимальной мощности значения тока и сопротивления нагрузки $R_{нОПТ}$. Проверьте выполнение условия согласования нагрузки с генератором.

Таблица 1-3

№ п/п	I_1 мА	I_2 мА	I_3 мА	U_2 В	R_n Ом	P_2 Вт

Домашнее расчетное задание

1. По опытным данным пункта 5 рабочего задания подсчитать токи во всех ветвях при действии обоих источников напряжения.

2. По данным из таблицы 1.1 подсчитать входные и взаимные проводимости ветвей g_{11} , g_{12} , g_{21} , g_{22} и записать выражения для токов I_1 и I_2 по принципу наложения.

3. Подсчитать, при каком значении напряжения E_2 ток во второй ветви будет равен нулю.

4. По данным таблицы 1.2 и значениям токов рассчитать сопротивления всех ветвей схемы. Сравнить результаты с заданными по схеме.

5. Рассчитать входное сопротивление схемы со стороны правых зажимов. Сравнить с результатами предыдущих измерений и расчетов.

6. Используя U_{xx} и R_{ex} для принятого в схеме значения E_1 и оптимального сопротивления нагрузки $R_{нОПТ}$ методом эквивалентного генератора рассчитать ток I_2 и сравнить с опытными данными.

7. Построить графики зависимости мощности, выделяемой в нагрузке, от величины сопротивления нагрузки и тока в ней. Сделать выводы об условиях выделения максимальной мощности в нагрузке.

8. По опытным данным из таблицы 1.3 определить:

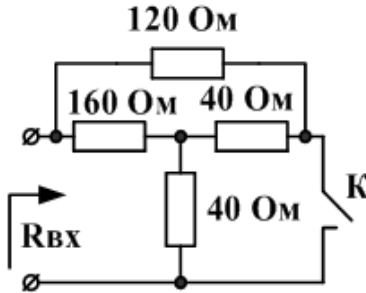
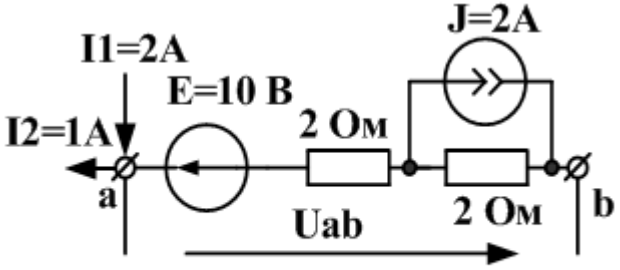
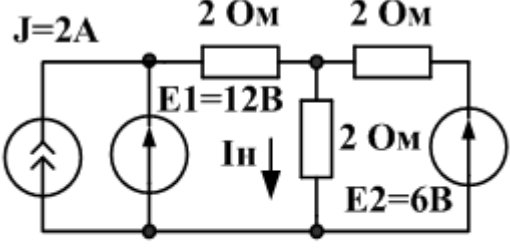
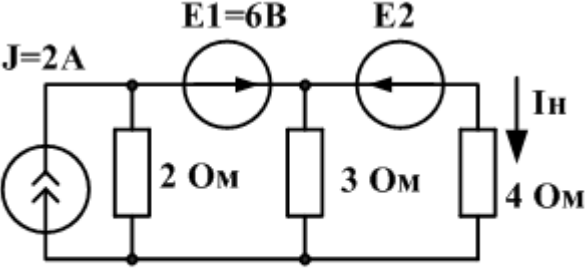
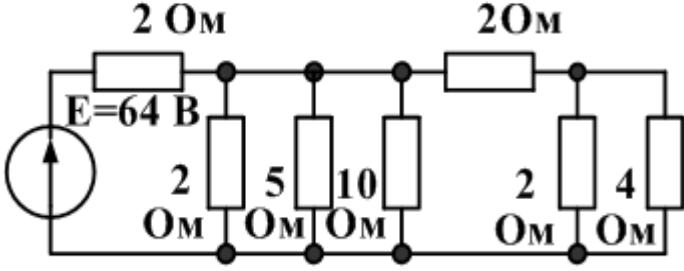
коэффициенты a_1 и b_1 линейного уравнения $I_3 = a_1 + b_1 I_1$, коэффициенты a_2 и b_2 линейного уравнения $I_3 = a_2 + b_2 U_2$ и построить указанные зависимости. Значения напряжения U_2 брать в пределах от 0 до U_{2xx} .

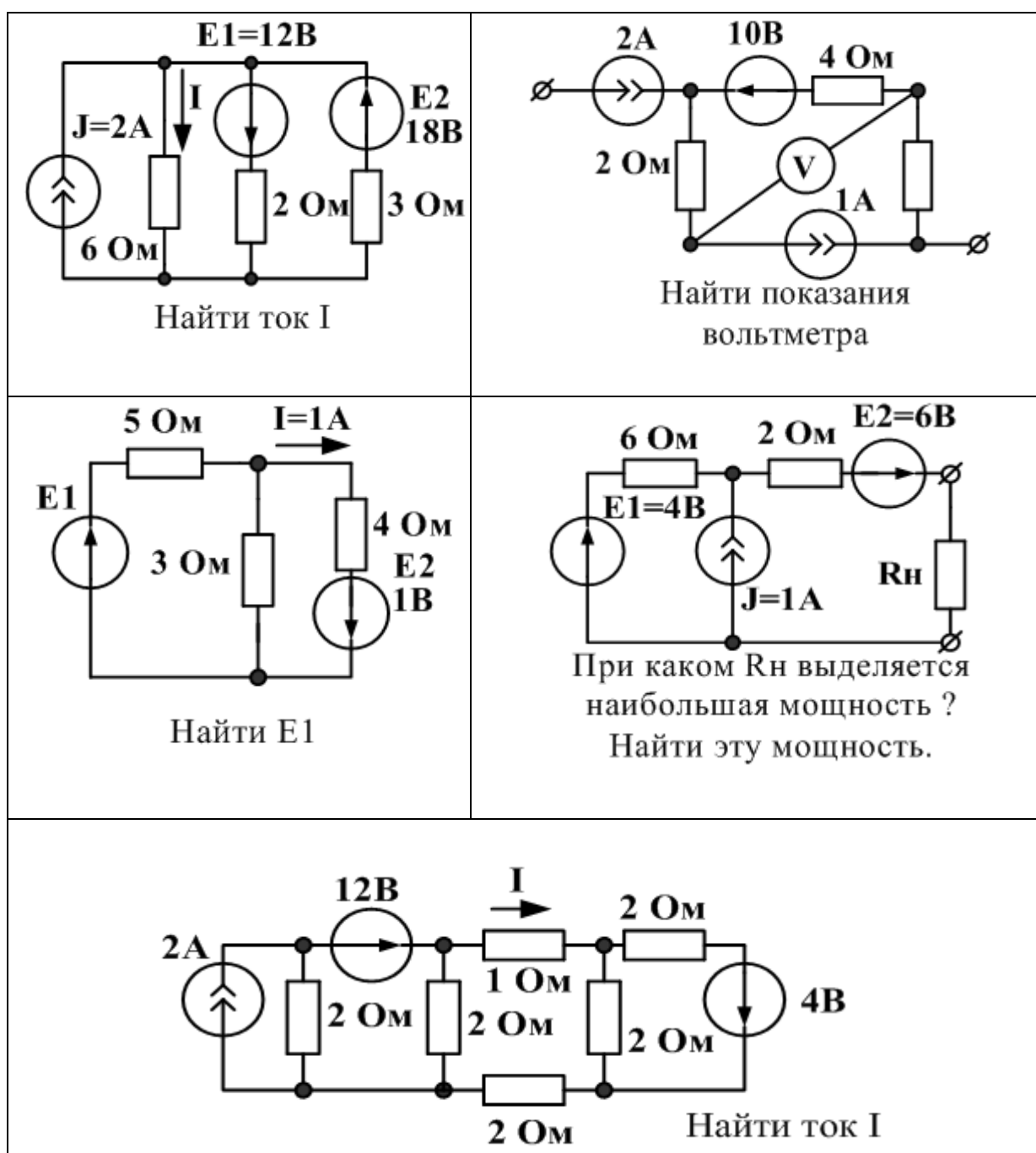
9. Построить потенциальные диаграммы для контура с источником напряжения и без источника напряжения.

10. Сформулировать и записать выводы по результатам экспериментов и расчетов.

11. Решить (без калькулятора!) 10 простых задач по постоянному току.

Простые задачи

 Найти $R_{вх}$ при разомкнутом и замкнутом ключе	 Найти U_{ab}
 Методом наложения найти I_n и P_n	 При каком E_2 ток $I_n = 0$?
 Найти все токи методом подобия.	



Глава 2. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ ПЕРЕМЕННОГО ТОКА

2.1. Краткие теоретические сведения и методы расчета

В электрических цепях переменного тока токи и напряжения меняются во времени и могут иметь синусоидальную гармоническую форму или периодическую несинусоидальную форму. Поэтому электрические цепи переменного тока разде-

ляют на цепи синусоидального тока и цепи несинусоидального тока.

Расчет электрической цепи при синусоидальном сигнале

При гармоническом синусоидальном сигнале $e(t) = E_m \cdot \sin(\omega t + \psi_E)$ расчет электрических цепей проводят символически методом с использованием комплексных амплитуд токов и напряжений и комплексных сопротивлений.

Рассмотрим пример расчета простой цепи синусоидального тока (Рис.2.1.).

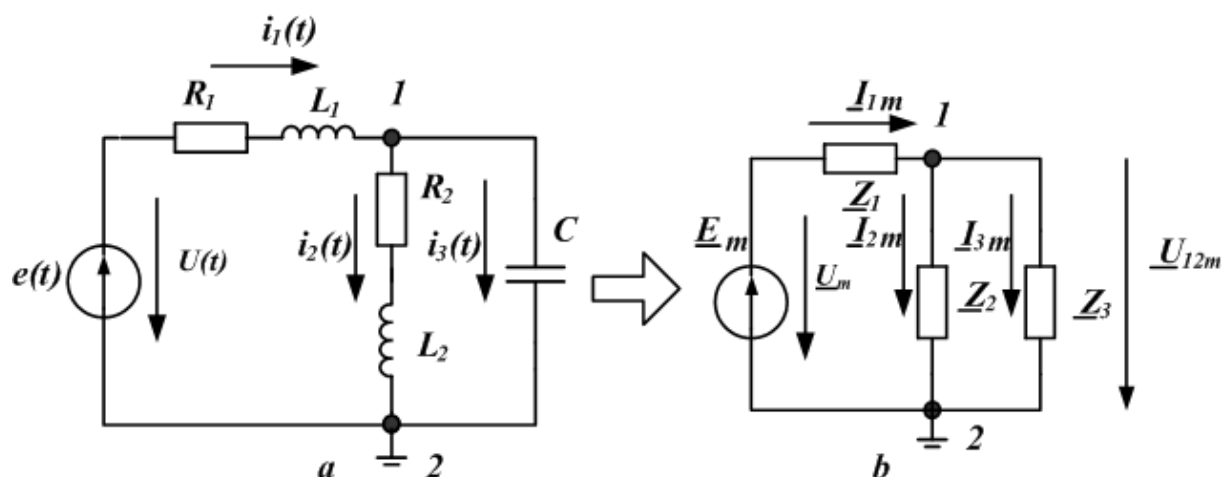


Рис. 2.1. Схема простой цепи синусоидального тока

Для расчета символическим методом исходную цепь для мгновенных значений напряжений и токов (рис.2.1.а) заменяют символической схемой замещения для комплексных амплитуд напряжений и токов и комплексных сопротивлений (рис.2.1.б).

В символической схеме замещения **комплексная амплитуда** входного напряжения $\underline{E}_m = E_m \cdot e^{j\psi}$.

Сопротивление каждой ветви цепи характеризуют **комплексным сопротивлением**:

$$\underline{Z} = R + jX = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = Z \cdot e^{j\varphi} \quad (2.1)$$

где $Z = \sqrt{R^2 + X^2}$ - **модуль комплексного сопротивления**,
 $\varphi = \arctg\left(\frac{X}{R}\right)$ - **аргумент комплексного сопротивления**. В ветви

без индуктивности $L = 0$, а в ветви без емкости $C = \infty$.

Часть цепи, содержащая одну или несколько ветвей и имеющая два входных зажима, называется двухполюсником. **Входное эквивалентное сопротивление двухполюсника** рассчитывают сверткой цепи. Например, для схемы, изображённой на рис 2.1b:

$$\underline{Z}_{\text{экв}} = \underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \cdot \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}.$$

$$\text{Входной ток } \underline{I}_{1m} = \frac{\underline{E}_m}{\underline{Z}_{\text{экв}}} = \frac{E_m \cdot e^{j\psi_E}}{Z_{\text{экв}} \cdot e^{j\varphi}} = I_{1m}(\omega) \cdot e^{j\psi_I(\omega)}.$$

Здесь зависимость амплитуды тока от частоты $I_{1m}(\omega)$ - **амплитудно-частотная характеристика тока**, $\psi_I(\omega) = \psi_E(\omega) - \varphi(\omega)$ - **фаза-частотная характеристика тока**. Если принять $\psi_E = 0$, то $\psi_I(\omega) = -\varphi(\omega)$. В цепи с индуктивным сопротивлением $[-\varphi(\omega)]$ меньше нуля и напряжение опережает ток по фазе. В цепи с емкостным сопротивлением $[-\varphi(\omega)]$ больше нуля и напряжение отстает от тока по фазе. В цепи с чисто активным сопротивлением, а также в резонансных режимах, когда $X_{\text{экв}} = 0$, ток совпадает с напряжением по фазе. Мгновенное значение тока на входе двухполюсника (рис.2.1.a) равно $i_1(t) = I_{1m} \cdot \sin(\omega t + \psi_I)$. **Мгновенная мощность** будет равна:

$$p(t) = u(t) \cdot i_1(t) = \frac{U_m \cdot I_{1m}}{2} \cos \varphi - \frac{U_m \cdot I_{1m}}{2} \cos(2\omega t + 2\psi_U - \varphi) \quad (2.2)$$

В этой формуле $u(t) = e(t)$ - напряжение на входе двухполюсника.

Средняя мощность за период или **активная мощность** $P = \frac{1}{T} \int_0^T u \cdot i \cdot dt = UI \cos \varphi$. Здесь $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}}$ и $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$ - **действующие значения напряжения и тока** на входе двухполюсника.

В расчетах символическим методом применяют комплексную мощность $\tilde{S} = \underline{U} \cdot \underline{I}^* = P + jQ$, где $\underline{U}$ - комплексное действующее

ющее значение напряжения на входе пассивного двухполюсника, $\underline{I}^*$ - комплексно-сопряженный ток, P – активная мощность, Q – реактивная мощность.

Простую цепь гармонического тока надо уметь рассчитывать «в ручную», используя комплексные числа и калькулятор. Расчет сложных цепей можно выполнить в Mathcad.

Примеры расчета цепи гармонического тока в Mathcad

Пример 2.1

Рассчитать токи в цепи рис.2.1.

Задаем исходные данные:

$$R1 := 1000 \text{ Ом} \quad L1 := 20 \cdot 10^{-3} \text{ Гн}$$

$$L2 := 30 \cdot 10^{-3} \text{ Гн} \quad R2 := 1000 \text{ Ом} \quad C := 47 \cdot 10^{-9} \text{ Ф}$$

$$f := 5000 \text{ Гц}$$

$$e1(t) := 10 \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t)$$

Комплексная амплитуда ЭДС

$$i := \sqrt{-1} \quad E1 := 10 \cdot e^{i \cdot 0}$$

Комплексные сопротивления

$$Z1 := R1 + i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L1 \quad Z2 := R2 + i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L2$$

$$Z3 := -i \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C}$$

Входное сопротивление

$$Z_{in} := Z1 + \frac{Z2 \cdot Z3}{Z2 + Z3}$$

Пояснение: при действиях с комплексными числами необходимо определить i как мнимую единицу.

Рассчитываем комплексные амплитуды токов:

$$I_1 := \frac{E_1}{Z_{in}} \quad I_2 := \frac{I_1 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3} \quad I_3 := \frac{I_1 \cdot Z_2}{Z_2 + Z_3}$$

$$I_1 = 6.911 \times 10^{-3} + 7.866i \times 10^{-4} \quad A$$

$$I_2 = -6.62 \times 10^{-4} - 4.505i \times 10^{-3} \quad A$$

$$I_3 = 7.573 \times 10^{-3} + 5.291i \times 10^{-3} \quad A$$

Векторная диаграмма токов

ORIGIN := 1

m := 1..2

J1 := (0 I1) J2 := (0 I2) J3 := (0 I3)

XI1 := Re(J1) YI1 := Im(J1)

XI2 := Re(J2) YI2 := Im(J2)

XI3 := Re(J3) YI3 := Im(J3)

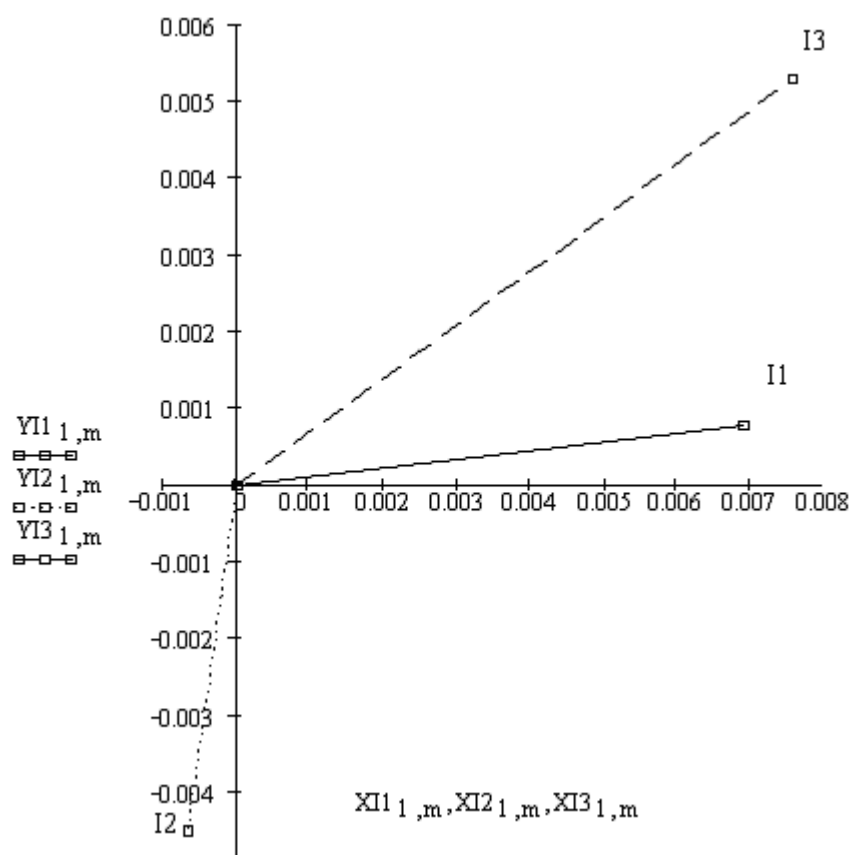


Рис.2.2. Векторная диаграмма токов

Пояснение: Векторной диаграммой называют совокупность комплексных векторов токов и напряжений, построенных из начала комплексной плоскости с соблюдением их взаимной ориентации.

Для построения векторов токов, исходящих из нуля координат, сформированы и построены двумерные векторы **J1, J2, J3**.

Находим мгновенные значения токов:

$$i_1(t) := |I_1| \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \arg(I_1)) \quad i_2(t) := |I_2| \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \arg(I_2))$$

$$i_3(t) := |I_3| \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot f \cdot t + \arg(I_3))$$

Пояснение. Амплитуду тока находим как модуль комплексной амплитуды. «Модуль» находится на панели «Калькулятор». Начальная фаза – это аргумент комплексной амплитуды. Функция «arg» находится в разделе «Комплексные числа» диалогового окна «Вставить функцию» Стандартной панели инструментов.

Задаем начальный момент времени, шаг, конечный момент и строим графики ЭДС и токов:

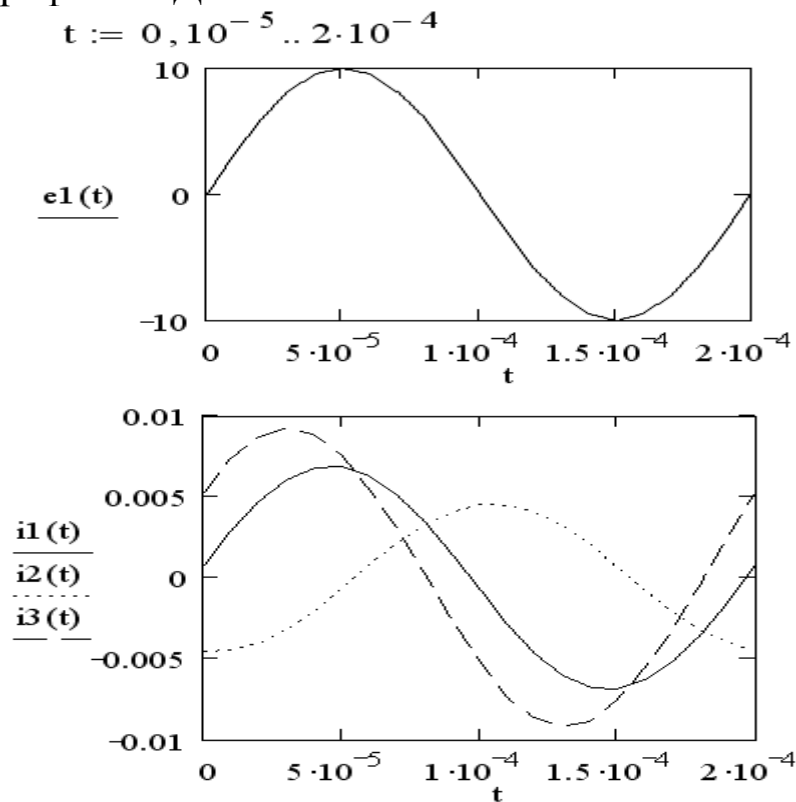


Рис.2.3. Графики временных зависимостей входного напряжения и токов

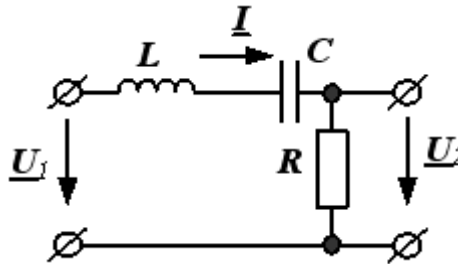
Важные выводы:

1. В цепи синусоидального тока, содержащей элементы R , L , C токи в ветвях могут существенно отличаться по фазе от входного напряжения. Поэтому правильный расчет можно выполнить, только используя комплексные амплитуды и комплексные сопротивления.

2. Для расчета комплексных амплитуд напряжений и токов в символической схеме замещения цепи можно применять любые методы расчета линейных цепей, изученные для цепей постоянного тока. От комплексных амплитуд легко перейти к функциям времени для мгновенным значений.

Пример 2.2

Рассчитать и построить амплитудно-частотную и фазо-частотную характеристику RLC - цепи (рис.2.4).

Рис.2.4. Схема RLC – цепи

Исходные данные

$$L := 10^{-2} \text{ Гн} \quad C := 47 \cdot 10^{-9} \text{ Ф} \quad R := 500 \text{ Ом}$$

$$f := 1000 \text{ Гц}$$

$$\text{ORIGIN} := 1 \quad i := \sqrt{-1}$$

Комплексные сопротивления

$$Z1(f) := i \cdot \left(2 \cdot \pi \cdot f \cdot L - \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} \right) \quad Z2(f) := R$$

Комплексная передаточная функция

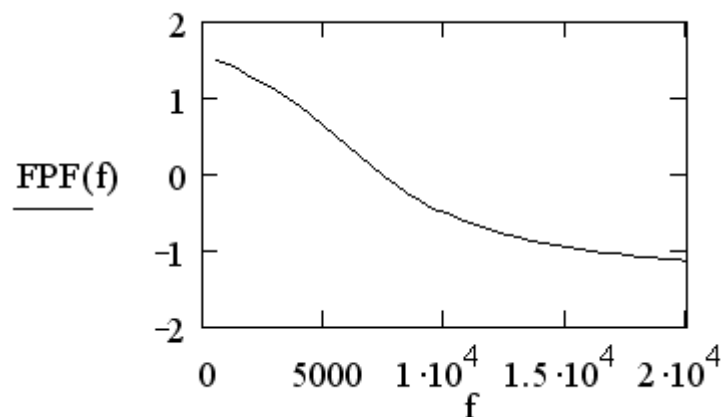
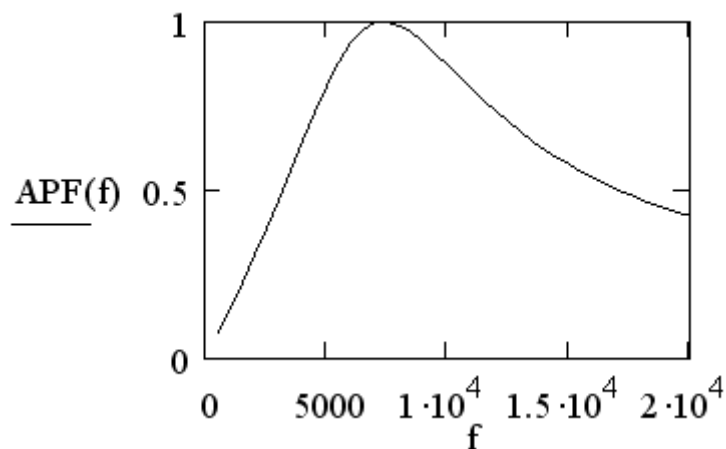
$$KPF(f) := \frac{Z2(f)}{Z1(f) + Z2(f)}$$

Пояснение. Комплексная передаточная функция $\underline{K}(j\omega) = \frac{\underline{U}_2(j\omega)}{\underline{U}_1(j\omega)}$. Последовательное соединение комплексных сопротивлений $\underline{Z}_1$ и $\underline{Z}_2$ является делителем напряжения и $\underline{U}_2 = \frac{\underline{U}_1 \cdot \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}$. Амплитудно-частотная характеристика равна модулю комплексной частотной характеристики. Фазо-частотная характеристика равна аргументу комплексной частотной характеристики.

Графики АЧХ и ФЧХ

$$\text{APF}(f) := |\text{KPF}(f)| \quad \text{FPF}(f) := \arg(\text{KPF}(f))$$

$$f := 500, 1000 \dots 20000$$



Для построения графиков задаем значения дискретной пере-

менной f . Первое значение 500 Гц, второе значение 1000 Гц (следовательно, шаг переменной 500 Гц), последнее значение 20000 Гц. Затем на панели **Graf** выбираем XY plot, по оси X задаем переменную X, по оси Y указываем функцию $\underline{APF}(f)$ или $\underline{FPF}(f)$. Щелчок левой кнопкой на свободном поле построит график.

Из графиков видно, что в RLC - цепи возникает последовательный резонанс напряжений, при котором амплитудно-частотная характеристика имеет максимум, а фазо-частотная характеристика проходит через нуль.

Прохождение несинусоидальных сигналов в частотно-зависимых цепях

При периодическом несинусоидальном сигнале входное периодическое воздействие представляется в виде ряда Фурье и расчет режима в линейной цепи проводится по каждой гармонической составляющей в отдельности: по постоянному току для нулевой гармоники и символическим методом для всех остальных гармоник. Совокупность амплитуд гармонических составляющих, построенных на частотной оси, образует **амплитудный спектр**. Совокупность начальных фаз гармонических составляющих образует **фазовый спектр**. Амплитудный и фазовый спектры входного сигнала преобразуются комплексной частотной характеристикой линейной цепи и, соответственно, изменяется форма сигнала на выходе цепи. При этом комплексная амплитуда каждой гармонической составляющей спектра умножается на комплексную передаточную функцию цепи на соответствующей частоте и получается комплексная амплитуда спектральной составляющей выходного спектра. Суммируя временные функции всех выходных спектральных составляющих, получим полный выходной сигнал.

Пример 2.3

Расчет в Mathcad прохождения прямоугольных импульсов в RLC - цепи

На RLC -цепь (рис.2.4) воздействует негармонический сигнал в виде прямоугольных импульсов (рис.2.5). Требуется найти амплитудный и фазовый спектр входного сигнала $U_1(t)$, ампли-

тудный и фазовый спектр выходного сигнала $U_2(t)$ и форму выходного сигнала. Нахождение амплитудного и фазового спектра с помощью преобразования Фурье в теории сигналов называют гармоническим анализом. Гармонический анализ широко применяют для исследования энергетической структуры сигналов.

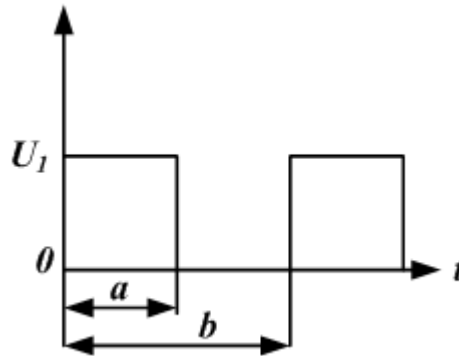


Рис. 2.5. Импульсный входной сигнал

Параметры входного сигнала

$$U1 := 1 \quad \text{В}$$

$$T := 10^{-3} \quad \text{с} \quad a := \frac{T}{2} \quad b := T$$

Программируем форму входного сигнала

$$U1(t) := \begin{cases} U1 & \text{if } 0 < t < a \\ 0 & \text{if } a \leq t < b \end{cases}$$

Пояснение: для создания программы на панели «Программирование» надо выбрать команду «Add line».

Вычисляем коэффициенты ряда Фурье

$$\text{ORIGIN} := 0$$

$$N := 20 \quad n := 0..N$$

$$a_n := \frac{2}{T} \cdot \int_0^T U1(t) \cdot \cos\left(n \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) dt$$

$$b_n := \frac{2}{T} \cdot \int_0^T U1(t) \cdot \sin\left(n \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) dt$$

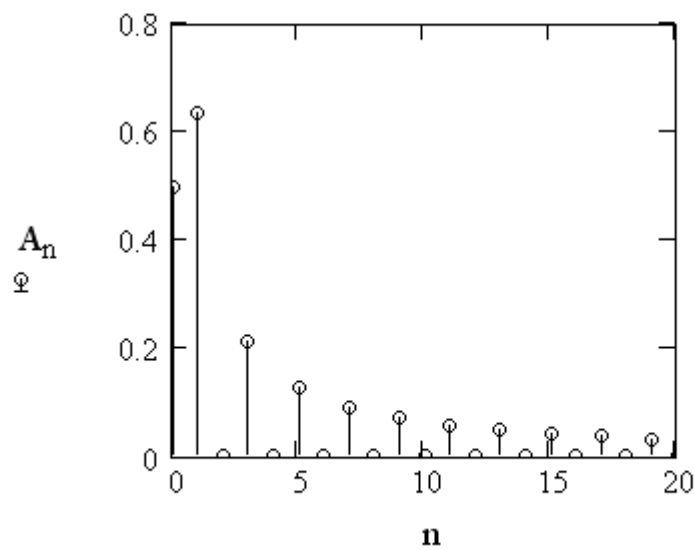
$$a_0 := \frac{1}{T} \cdot \int_0^T U1(t) dt$$

Вычисляем амплитуды и фазы спектральных составляющих

$$A_0 := a_0 \quad A_n := \sqrt{(a_n)^2 + (b_n)^2} \quad \psi_n := \text{atan2}(b_n, a_n)$$

$$n := 0 .. 20$$

Амплитудный спектр



Теперь выполним обратную операцию: найдем форму входного сигнала по ограниченному числу гармонических составляющих (N=20). Эта операция называется гармоническим синтезом.

$$\omega := \frac{2 \cdot \pi}{T} \quad N := 20 \quad n := 1 .. N$$

$$US1(t) := a_0 + \sum_{n=1}^N a_n \cdot \cos\left(n \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) + \sum_{n=1}^N b_n \cdot \sin\left(n \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right)$$

$$t := 0, 10^{-7} \dots 2 \cdot 10^{-3}$$

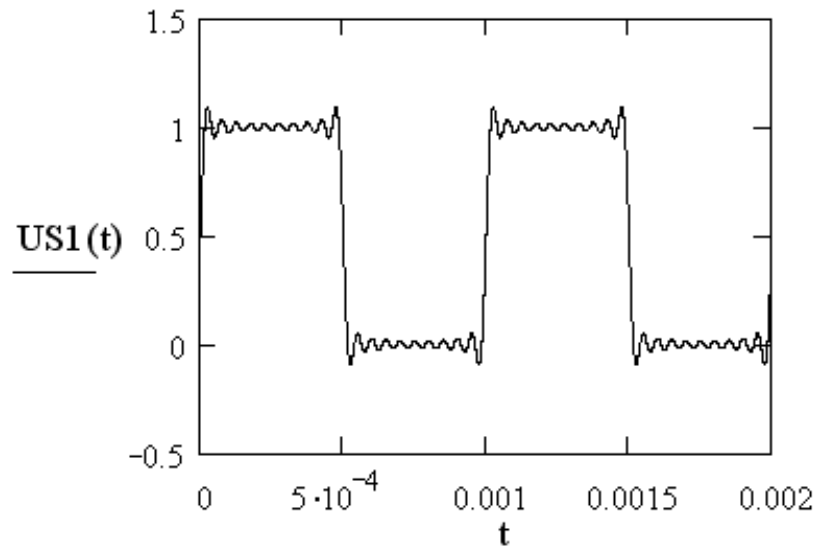


Рис.2.6. Форма синтезированного входного сигнала

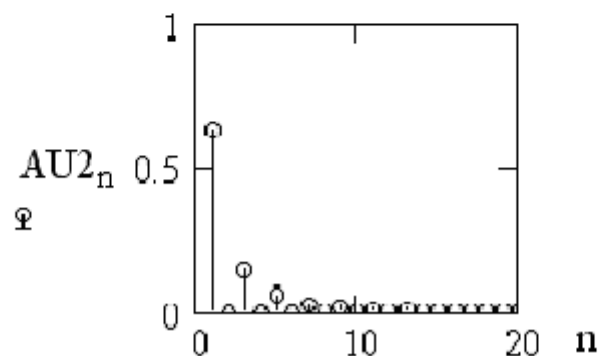
Вывод: Синтезированный из 20 гармонических составляющих ряда Фурье прямоугольный сигнал имеет заметную высокочастотную «изрезанность», но по форме близок к исходному сигналу.

Выходной сигнал

$$N := 20 \quad n := 1 \dots N \quad i := \sqrt{-1} \quad f_n := \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{T}$$

$$U_{2n} := KPF(f_n) \cdot A_n \cdot e^{i \cdot \psi_n}$$

$$AU_{2n} := |U_{2n}| \quad FU_{2n} := \arg(U_{2n})$$



$N := 20$ Расчет формы выходного сигнала

$KPF_0 := 0$

$$US2(t) := KPF_0 \cdot a_0 + \left[\sum_{n=1}^N (AU2_n) \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot n \cdot t}{T} + FU2_n\right) \right]$$

$$t := 0, 10^{-7} \dots 2 \cdot 10^{-3}$$

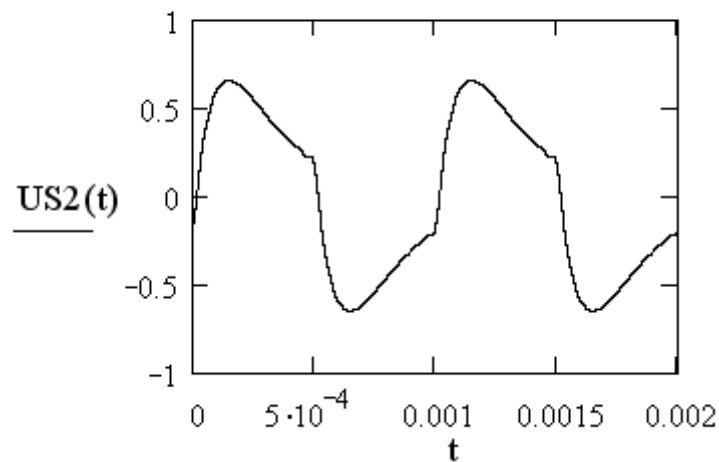


Рис. 2.7. Форма выходного сигнала при $R=1$ кОм
 $t := 0, 10^{-7} \dots 2 \cdot 10^{-3}$

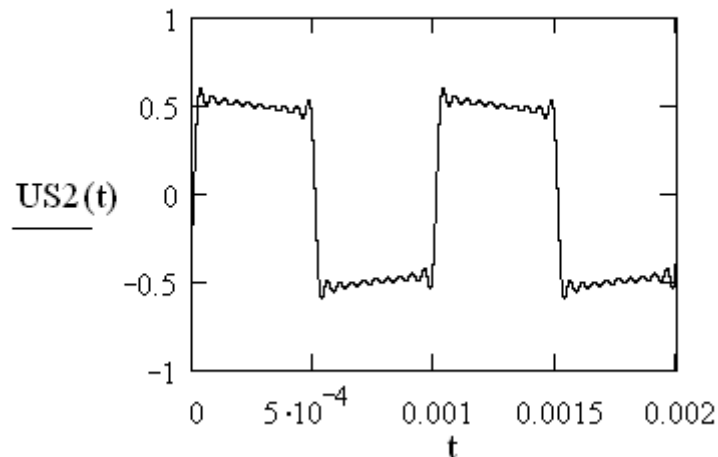


Рис.2.8. Форма выходного сигнала при $R=10$ кОм

Выводы: Прошедший через частотно-зависимую RLC - цепь прямоугольный сигнал имеет искаженную форму. С увеличением сопротивления потерь R расширяется полоса пропускания цепи и снижаются искажения.

2.2. Вопросы для самопроверки и подготовки к лабораторной работе

1. Какие пассивные элементы применяются в линейных цепях переменного тока? Для мгновенных значений напряжений и токов в схеме рис.2.1. записать уравнения по первому и второму законам Кирхгофа.

2. Записать для цепи рис.2.1. в символической форме уравнения для расчета токов по методу контурных токов.

3. Записать для цепи рис. 2.1. в символической форме уравнения по методу двух узлов.

4. Для цепи рис.2.4 рассчитать входное сопротивление, если $R = 2 \text{ Ом}$, $\omega = 10^3 \text{ 1/с}$, $L = 3 \text{ мГн}$, $C = 200 \text{ мкФ}$. Построить векторную диаграмму напряжений, если ток в цепи $\underline{I}_m = 2 \cdot e^{-j45^\circ} \text{ А}$.

5. Что называют комплексной частотной характеристикой цепи?

6. Что называют амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристиками цепи?

7. Составить выражения для АЧХ и ФЧХ тока в RL – цепи и построить графики для значений, заданных в цепи рис. 2.4.

8. Составить уравнения для АЧХ и ФЧХ тока в RC – цепи и построить графики для значений, заданных в цепи рис. 2.4.

9. Выполнить пункты, **обязательные для всех лабораторных работ** (см. главу 1).

Для желающих!

Предварительное расчетное задание

1. Пользуясь указаниями по выбору параметров элементов, данными в следующем разделе, нарисуйте схему цепи, которую Вам предстоит исследовать в лабораторной работе. Составьте уравнения и рассчитайте АЧХ и ФЧХ тока для цепей RL , RC , RLC , используя Mathcad. Постройте графики.

2. Сделайте лабораторную работу дома в среде Electronics Workbench 5.12 (EWB 5.12). На занятии Вы выполните исследования для реальной цепи.

2.3. Лабораторная работа № 2

Исследование цепей переменного тока

Цель работы - исследование амплитудных и фазовых соотношений в цепях переменного тока, частотных характеристик и резонансных явлений, построение векторных диаграмм токов и напряжений.

Работа может быть выполнена на универсальном лабораторном стенде МЭЛ или компьютерным моделированием в среде EWB 5.12

Описание набора элементов и приборов

Пассивные элементы, используемые в данной лабораторной работе, размещены на второй панели МЭЛ. Номинальные значения индуктивностей и емкостей указаны в спецификации стендов МЭЛ и составляют: $L_1 = L_3 = 10 \text{ мГн}$, $L_2 = L_4 = 6,8 \text{ мГн}$, $C_1 = C_3 = 47 \text{ нФ}$, $C_2 = C_4 = 68 \text{ нФ}$. Резисторы: $R_9 = 1 \text{ кОм}$, $R_{10} = 100 \text{ Ом}$, измерительные резисторы $R_u = 10 \text{ Ом}$, переменный резистор $R_{11} = 2,2 \text{ кОм}$.

Гнезда "Вход" и "Выход" удобно использовать для подключения приборов.

В лабораторной работе используются следующие приборы: функциональный генератор сигналов (ГС), электронный вольтметр переменного тока (V), двухканальный осциллограф (Осц), фазометр (Ф).

Лабораторное задание

А. Подготовка измерительных приборов

1. Поставить переключатели чувствительности вольтметра в положение 1В. Установить минимальное значение входного сигнала, повернув ручку "Амплитуда" ГС против часовой стрелки до упора. Включить питание вольтметра, генератора сигналов, фазометра, осциллографа.

2. Установить на генераторе: форму сигнала - синусоидальную; диапазон частот "50 Гц- 2 кГц"; регулировку девиации частоты установить в крайнее левое положение (со щелчком).

Б. Исследование RL и RC цепей

1. Собрать на макете схему, показанную на рис. 2.9, используя гнезда "Вход" и "Выход" стенда МЭЛ для подключения приборов.

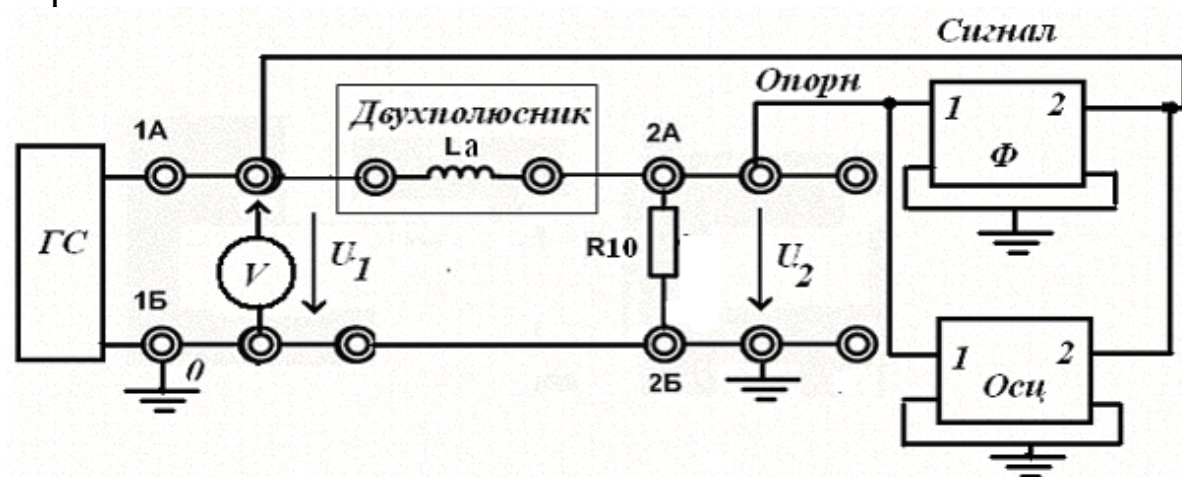


Рис.2.9. Схема реального моделирования цепи

Схема для компьютерного моделирования показана на рис.2.10. Приборами в схеме являются функциональный генератор, осциллограф, два вольтметра и Бode-плоттер. Вольтметры надо включить в режим измерения переменных напряжений («Mode AC»).

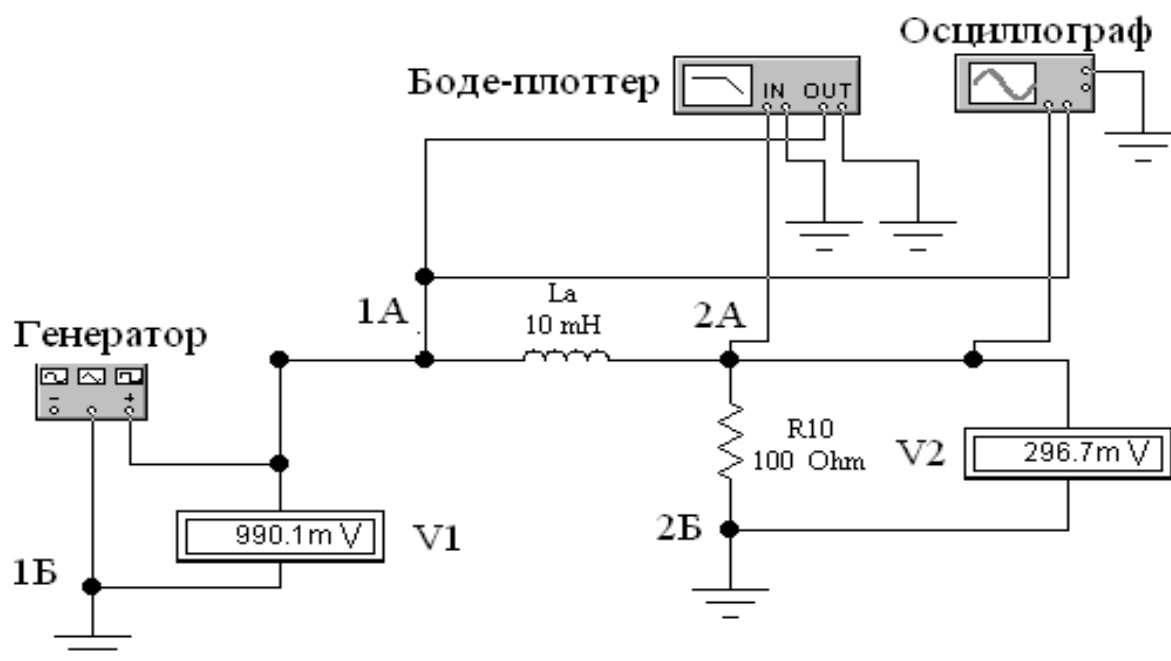
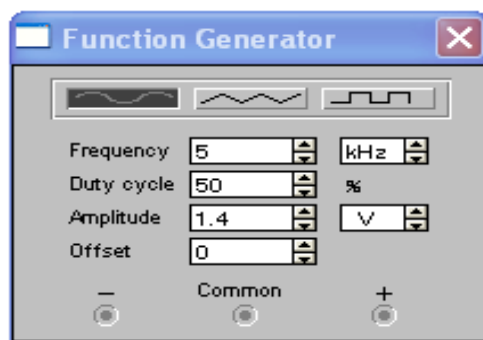


Рис. 2.10. Схема компьютерного моделирования



В функциональном генераторе рис.2.11 установлен режим синусоидального сигнала, частота 5 кГц, амплитуда 1,4 В (соответствующая действующему значению 0,99 В), скважность (Duty cycle) 50%, смещение сигнала (Offset) равно нулю.

Рис.2.11. Функциональный генератор

2. Двухполюсники, которые должны быть исследованы в работе, показаны на рис. 2.12. При исследованиях эти цепи включают между точками 1А и 2А схемы рис 2.9 или рис.2.10. Значения индуктивностей L_a , L_b и емкостей C_a , C_b выбрать по номеру бригады из таблицы 2.1.

Для исследования могут быть заданы и другие варианты цепей.

Таблица 2.1

№№ бригады	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
L_a	L_1	L_1	L_2	L_2	L_2	$2L_1$	$2L_1$	L_2	$2L_1$	$2L_2$	L_1	L_1
L_b	L_1	L_1	L_1	L_1	L_2	L_2	L_2	L_2	L_2	$2L_1$	$2L_2$	L_2
C_a	C_1	C_2	C_1	C_2	$0,5C_2$	$0,5C_1$	C_2	$0,5C_1$	C_1	C_1	$2C_1$	$0,5C_1$
C_b	C_1	C_2	C_1	C_2	C_1	C_1	C_2	C_2	C_1	C_2	C_2	$0,5C_2$

3. Подключить между точками 1А и 2А индуктивность L_a и рассчитать частоту сигнала генератора f_1 , при которой реактивное сопротивление индуктивности равно сопротивлению R_{10} : $X_L = 2\pi f_1 L_a = R_{10}$.

4. Подключить вольтметр V к гнезду 1А, установить выходное напряжение ГС равное 1В, а частоту ГС равной $0,1 f_1$.

5. Входы U_0 и U_c фазометра стенда МЭЛ подключить к выходу генератора, поставить переключатель в положение «0°» и регулировкой «Установка нуля» получить нулевое показание фазометра. Затем поставить переключатель в положение «180°» и установить на цифровой шкале фазометра показание «+/-180».

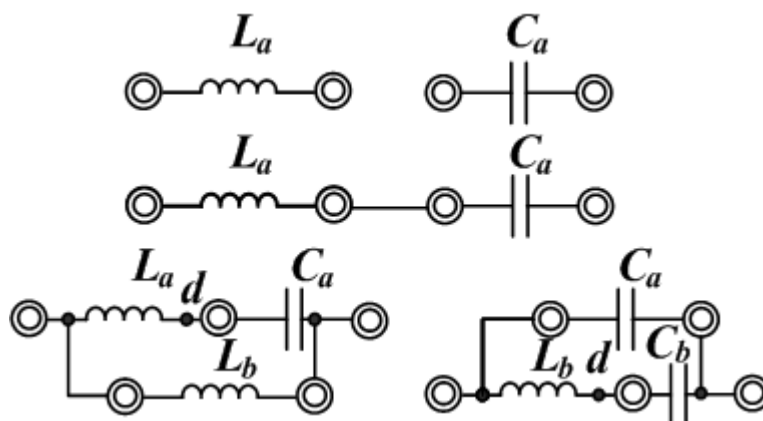


Рис.2.12. Схемы двухполюсников

6. Поставить переключатель фазометра в положение «0°». Переключить вход U_0 фазометра на точку 2А к сопротивлению R_{10} , вход U_1 оставить подключенным к сигнальному выходу ГС (гнездо 1А). При этом фазометр измеряет разность фаз между напряжением и током, причем опорным сигналом является напряжение на R_{10} , пропорциональное току.

При отсутствии фазометра разность фаз надо рассчитывать, измерив для каждой частоты временной сдвиг осциллограммы сигнального напряжения относительно опорного напряжения, пропорционального току. Сдвиг фаз принято отсчитывать от тока к напряжению. Разность фаз рассчитывается по формуле: $\varphi = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot (T_2 - T_1)$, где $(T_2 - T_1)$ - разность ближайших моментов пересечения с положительной производной нулевого уровня соответственно опорным и сигнальным напряжением.

Увеличенная лицевая панель виртуального осциллографа в EWB 5.12 показана на рис.2.13. Для частоты сигнала 5 кГц установлена длительность развертки 0,05 мс/дел., усиление в каналах А и Б равно 1 В/дел. Амплитуда входного сигнала равна 1,4 В. Отсчеты времени T_2 и T_1 выполнены маркерными линиями 2 и 1. Разность $(T_2 - T_1) = 41,25$ мкс показана в правом окне. Это означает, что в RL-цепи напряжение на входе опережает ток.

Разность фаз в компьютерной модели можно измерять Боде-плоттером. Боде-плоттер показывает сдвиги фаз выходного сигнала (OUT) относительно входного (IN). В схеме

(рис.2.10) входным сигналом Бод-плоттера является напряжение на резисторе, пропорциональное току, а выходным сигналом является входное напряжение. На рис.2.14 показана лицевая панель Бод-плоттера в режиме измерения фазы.

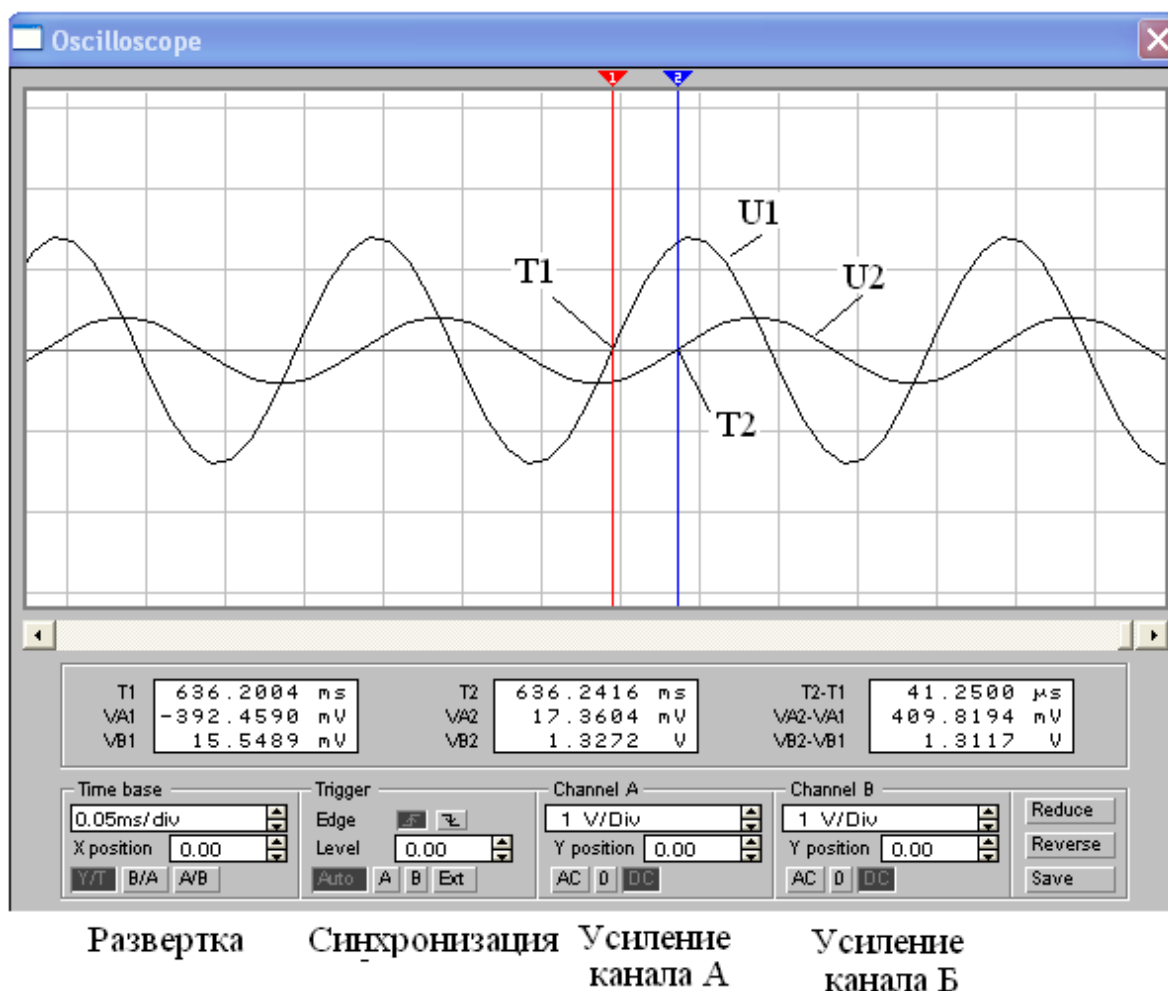


Рис. 2.13. Лицевая панель виртуального осциллографа

В Бод-плоттере установлен режим измерения фазы «Phase», линейные масштабы по вертикали и горизонтали, диапазон изменения фазы от 0° до 90° , диапазон изменения частоты от 100 Гц до 10 кГц. Перемещением вертикальной визирной линии надо установить текущую частоту измерения 5.001 кГц и считать значение фазы 72.35° .

Бод-плоттер позволяет также в режиме «Амплитуда» («Magnitude») исследовать амплитудно-частотные характеристики электрических цепей и показывает отношение выходного сигнала к входному.

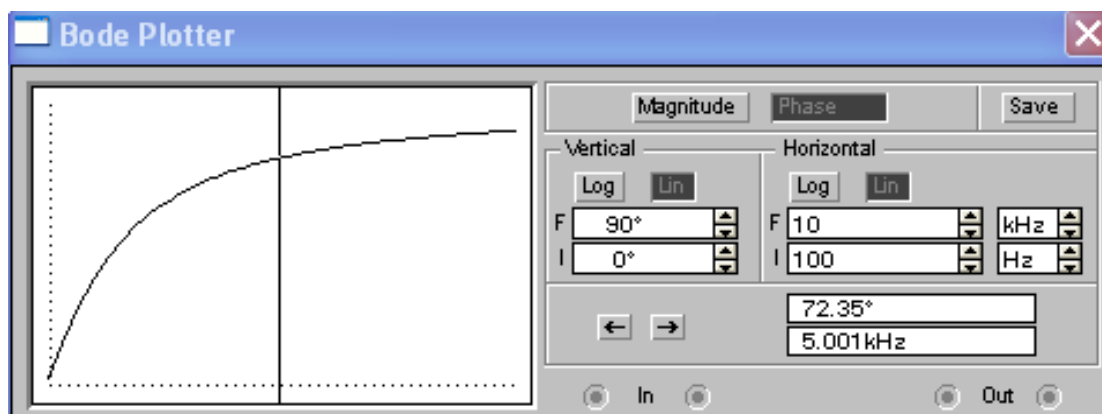


Рис.2.14. Лицевая панель Боде-плоттера

7. Изменяя частоту ГС ручками «Частота грубо» и «Частота плавно» в пределах от $0,1 f_1$ до $10 f_1$, измерить вольтметром для 10 точек напряжения в точках 1А и 2А и показания фазометра Φ . В компьютерной модели устанавливать численное значение частоты функционального генератора. Наблюдать форму сигналов и временной сдвиг на осциллографе. Зарисовать в масштабах осциллограммы. Результаты записать в таблицу 2.2.

Цепь RL

Таблица 2.2

N	f, кГц	U_1	U_2	I	T2-T1	ϕ

9. Включить между точками 1А и 2А емкость C_a и рассчитать частоту сигнала генератора f_2 , при которой реактивное сопротивление емкости равно сопротивлению R_{10} :

$$X_c = \frac{1}{2\pi f_2 C_a} = R_{10}.$$

Изменяя частоту ГС в пределах $0,1 f_2$ до $10 f_2$, повторить измерения п.8. Результаты занести в таблицу, аналогичную таблице 2.2.

В. Исследование RLC -цепи

10. Включить между точками 1А и 2А последовательно индуктивность L_a и емкость C_a . Изменяя частоту ГС, найти макси-

мальное напряжение на последовательном сопротивлении R_{10} . Частота сигнала при этом будет близка к резонансной, а разность фаз между током и напряжением в цепи близка к нулю. Записать значение резонансной частоты f_p . Измерить значения напряжений U_1 и U_2 и фазы при изменении частоты от 2 кГц до 20 кГц. Результаты занести в таблицу, аналогичную таблице 2.2.

В компьютерной модели на EWB 5.12 частотные характеристики цепи можно моделировать так:

- *последовательно откройте в главном меню команду Circuit, вкладки Schematic Options, Show/Hide и включите команду Show nodes;*

- *в главном меню выберите команду Analysis, AC frequency analysis и установите номер узла, соответствующего клемме 2А цепи, параметры анализа (рис.2.15) и нажмите Simulate.*

Результаты анализа показаны на рис.2.15. Видно, что резонансная частота в RLC – цепи ($L_a=10$ мГн, $C_a=47$ нФ) составляет около 8 кГц.

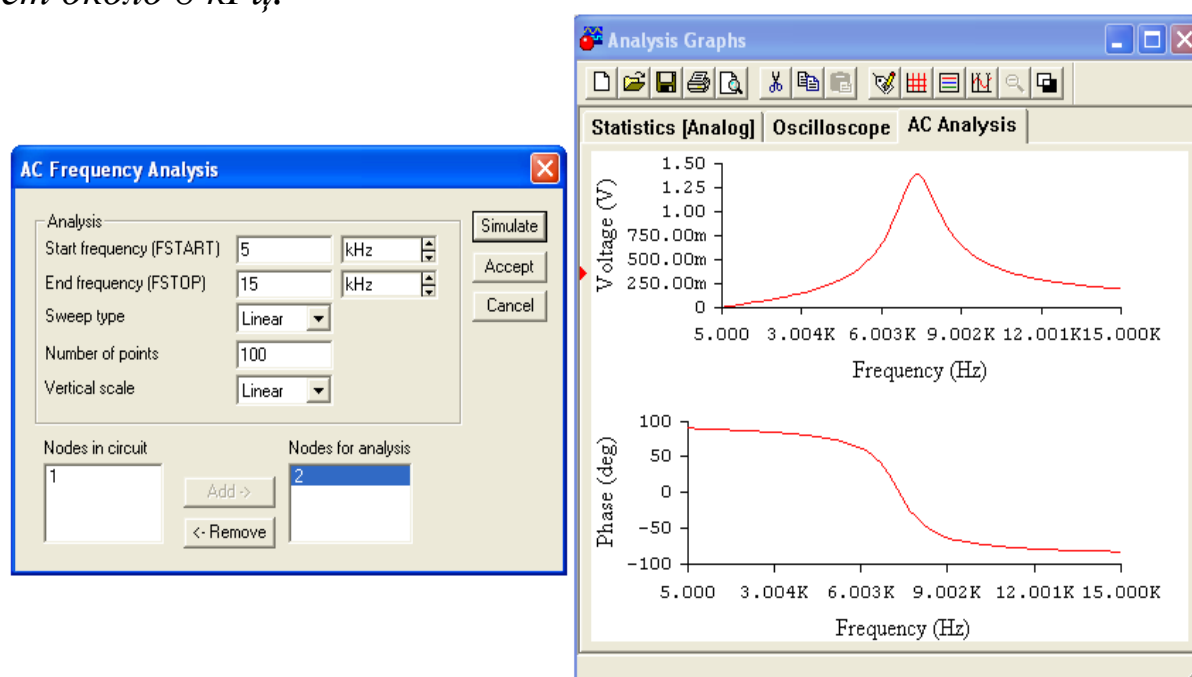


Рис.2.15. Резонансная характеристика в компьютерной модели

Г. Исследование трехэлементного двухполюсника

11. Подключить к точкам 1А и 2А одну из схем трехэлементных реактивных двухполюсников. Бригады с нечетным но-

мером исследуют схему с двумя индуктивностями. Бригады с четным номером исследуют схему с двумя емкостями. Установить входное напряжение ГС равным 0,1В. Измерить значения напряжений U_1 , U_2 и фазы φ в диапазоне частот от 2 до 20 кГц и результаты записать в таблицу 2.3.

Таблица 2.3

N	f, кГц	U_1	U_2	I	T2-T1	φ	$\underline{Z}_{BX}$	$ \underline{Z}_{BX} $

12. Для схемы с трехэлементным двухполюсником на частоте, $f = N_B + 2$ кГц (N_B - номер бригады), измерить напряжения и фазы в точках схемы 1А, 2А, d. Результаты записать в таблицу 2.4.

Таблица 2.4

U_{1A}	φ_{1A}	U_{2A}	φ_{2A}	U_d	φ_d

Д. Преобразование формы сигнала в частотно-зависимых цепях

13. Переключить генератор в режим прямоугольных импульсов. Для нечетных бригад собрать RL -цепь из п.3, для четных бригад собрать RC -цепь из п.9. Наблюдать изменение формы прямоугольных импульсов на выходе цепи. Зарисовать осциллограммы.

14. Представить результаты измерений преподавателю и после его проверки и одобрения выключить приборы и разобрать схему.

Домашнее задание

1. По экспериментальным данным построить амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики исследованных цепей, векторные диаграммы токов и напряжений.

2. По экспериментальным данным п.8 и п. 9 для одной из частот в середине исследованного диапазона рассчитать сопротивление потерь катушки индуктивности R_L и проводимость потерь конденсатора G_c . Для этого надо рассчитать комплексное входное сопротивление реактивного двухполюсника, включенно-

го между точками 1А и 2А, по формуле:

$$\underline{Z}_{\text{ex}} = \frac{\underline{U}_1 - \underline{U}_2}{\underline{I}} = \frac{\underline{U}_1 - \underline{U}_2}{\frac{\underline{U}_2}{R_{10}}} = R_{10} \left(\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} \cdot e^{j\varphi} - 1 \right) \quad (2.3)$$

и найти активные составляющие $R_L = R_{\text{ex}}$ или $G_C = 1 / R_{\text{ex}}$. Найти добротность катушки $Q_L = \frac{X_L}{R_L}$ и конденсатора $Q_C = X_C \cdot G_C$.

3. Для цепей RL , RC и RLC с учетом потерь в катушке и конденсаторе рассчитать по формулам значения АЧХ и ФЧХ для двух частот внутри исследованного диапазона и сравнить с результатами эксперимента.

4. Для RLC цепи рассчитать и построить векторную диаграмму тока и напряжений для значений фазового угла $\varphi = +45^\circ$ и $\varphi = -45^\circ$.

5. По данным п.11 для каждой частоты рассчитать по формуле (2.3) комплексное входное сопротивление реактивного двухполюсника, включенного между точками 1А и 2А, и модуль входного сопротивления. Результаты записать в таблицу 2.3. Построить частотную характеристику модуля входного сопротивления трехэлементного реактивного двухполюсника. Объяснить вид графиков.

6. По данным таблицы 2.4 построить векторную диаграмму токов и напряжений в цепи. Используя диаграмму, рассчитать значения токов в ветвях трехэлементного двухполюсника.

7. По данным п.13 рабочего задания объяснить причины изменения формы сигнала в цепях RL и RC .

8. Сформулировать и записать выводы по результатам экспериментов и расчетов.

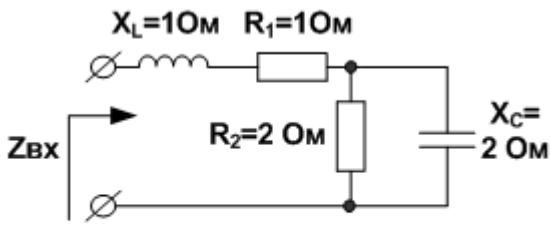
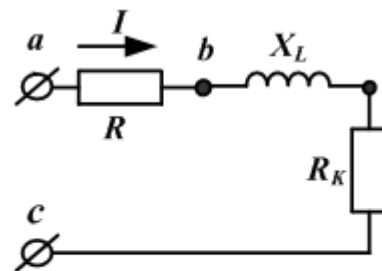
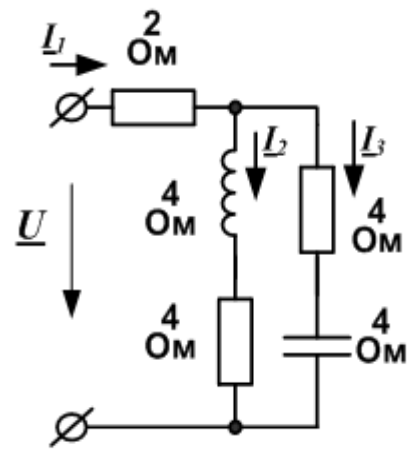
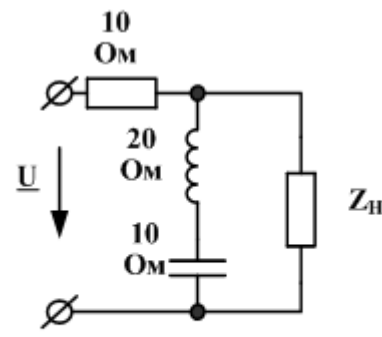
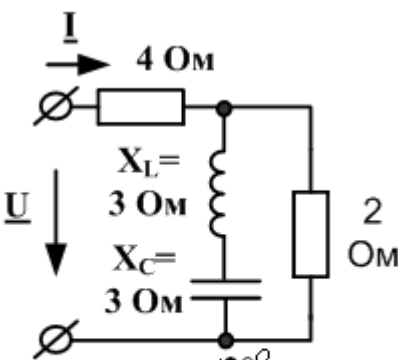
9. Решить (без калькулятора!) простые задачи по переменному току.

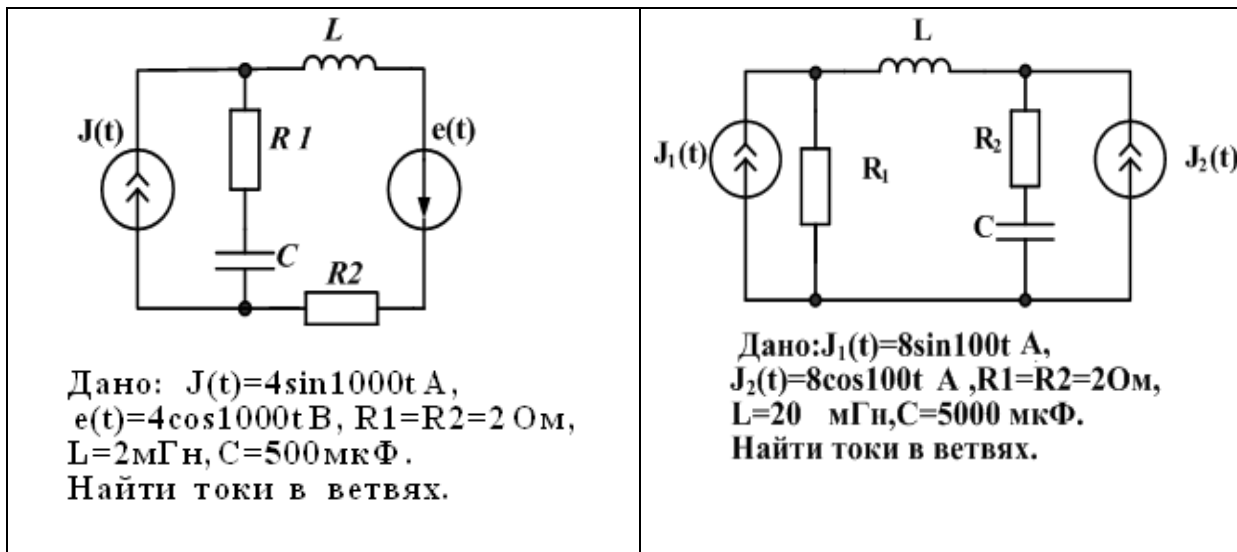
Простые задачи

1. Найти к сопротивление последовательного соединения индуктивности $L=1$ мГн и активного резистора $R=1$ кОм на ча-

стоте $\omega = 10^6 \text{ 1/c}$.

2. Найти сопротивление последовательного соединения активного резистора $R = 1 \text{ кОм}$ и емкости $C = 1 \text{ нФ}$ на частоте $\omega = 10^6 \text{ 1/c}$.

 Найти входное сопротивление цепи	 Найти X_L и R_K
 В схеме $\underline{U} = 12 \cdot e^{j45^\circ} \text{ В}$. Рассчитать токи и напряжения на элементах цепи. Построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений.	
 При какой нагрузке в ней выделяется наибольшая мощность? Найти эту мощность, если $\underline{U} = 20\sqrt{2}e^{-j45^\circ} \text{ В}$.	 Найти ток I.



Глава 3. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ С МАГНИТНО-СВЯЗАННЫМИ КАТУШКАМИ

3.1. Краткое теоретическое введение

Катушки называют магнитно-связанными, если они имеют общее магнитное поле и взаимно влияют друг на друга. При изменении тока в одной катушке за счет изменения общего магнитного поля во второй катушке наводится напряжение взаимной индукции.

На рис.3.1 катушки индуктивности L_1 и L_2 магнитно-связанные. На схеме это обозначается стрелкой с указанием взаимной индуктивности катушек M_{21} . Взаимная индуктивность M_{21} является коэффициентом пропорциональности между напряжением взаимной индукции, наводимым во второй катушке, и

производной тока в первой катушке: $u_{2M}(t) = M_{21} \frac{di_1}{dt}$. Знак

наводимого напряжения зависит от направления намотки катушек и направления токов в них. Если магнитные поля, создаваемые токами в катушках, складываются, такое включение катушек называют **согласным** и напряжения самоиндукции и взаимной индукции складываются. Если магнитные поля катушек вычитаются, включение катушек называют **встречным** и напряжения самоиндукции и взаимной индукции вычитаются. В электрических схемах у магнитно-связанных катушек обозначают «Одно-

именные зажимы», маркируя их звездочками или кружочками. Если токи в катушках одинаково направлены относительно одноименных зажимов, включение является **согласным**. Если токи в катушках направлены неодинаково относительно одноименных зажимов, включение является **встречным**. В схеме рис.3.1 катушки включены встречно. Для напряжения на второй катушке можно написать: $u_2(t) = L_2 \frac{di_2}{dt} - M_{21} \frac{di_1}{dt}$.

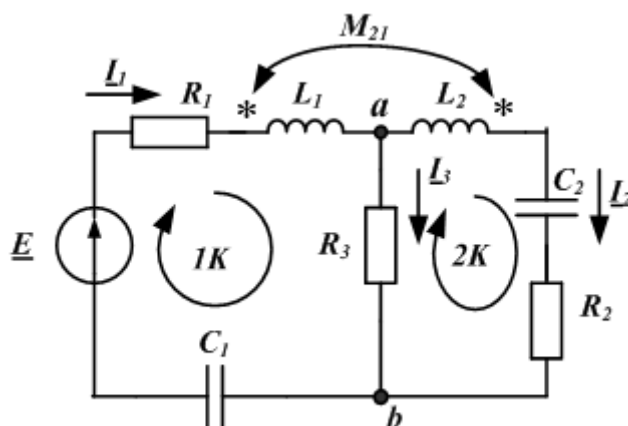


Рис.3.1. Схема цепи с взаимной индуктивностью

Это уравнение в символической форме для комплексных действующих значений записывается так:

$$\underline{U}_2 = j\omega L_2 \underline{I}_2 - j\omega M_{21} \underline{I}_1.$$

В линейных электрических цепях по принципу взаимности $M_{21}=M_{12}=M$.

Составление уравнений для сложных цепей с магнитными связями, расчет в Mathcad

Для расчета сложных цепей с магнитными связями составляют уравнения по законам Кирхгофа или по методу контурных токов. Метод узловых напряжений менее удобен, так как напряжения взаимной индукции выражаются через токи. Нельзя применять метод эквивалентного генератора, если есть магнитная связь внутренних и внешних цепей. Нельзя применять преобразование треугольник – звезда в схемах с взаимными индуктивностями.

При составлении уравнений можно пользоваться следующим правилом определения знаков в напряжениях взаимной индукции:

Правило знаков:

Напряжение $\underline{U}_{ks}$, наводимое на элемент k , равно $+j\omega M_{ks}\underline{I}_s$, если направление обхода элемента k и ток $\underline{I}_s$ одинаково направлены относительно одноимённых зажимов (рис.3.2).



Рис.3.2. Правило знаков

Пример 3.1

Расчет цепи (рис.3.1) по уравнениям Кирхгофа.

Составим в символической форме три уравнения по первому и второму закону Кирхгофа в Mathcad для конкретных численных значений сопротивлений элементов и входного напряжения.

Исходные данные

$$E := 16 \text{ В} \quad R1 := 2 \text{ Ом} \quad R2 := 2 \text{ Ом} \quad R3 := 2 \text{ Ом}$$

$$XL1 := 4 \text{ Ом} \quad XL2 := 4 \text{ Ом} \quad XM := 2 \text{ Ом}$$

$$XC1 := 2 \text{ Ом} \quad XC2 := 4 \text{ Ом} \quad i := \sqrt{-1}$$

Given

$$I1 = I2 + I3$$

$$I1 \cdot R1 + i \cdot XL1 \cdot I1 - i \cdot XM \cdot I2 + I3 \cdot R3 - i \cdot XC1 \cdot I1 = E$$

$$i \cdot XL2 \cdot I2 - i \cdot XM \cdot I1 - i \cdot XC2 \cdot I2 + R2 \cdot I2 - R3 \cdot I3 = 0$$

$$\begin{pmatrix} I1 \\ I2 \\ I3 \end{pmatrix} := \text{Find}(I1, I2, I3) \text{ float}, 4 \rightarrow \begin{pmatrix} 4. \\ 2. + 2. \cdot 1i \\ 2. - 2. \cdot 1i \end{pmatrix}$$

Пояснения. Знак минус в напряжении взаимной индукции

$(-jX_M \underline{I}_2)$ во втором уравнении взят по **Правилу знаков**, так как направление обхода первого контура «входит» в зажим со звездочкой, а ток $\underline{I}_2$ во второй катушке «выходит» из зажима со звездочкой. По той же причине в третьем уравнении с минусом взято напряжение взаимной индукции $(-jX_M \underline{I}_1)$.

Получены «красивые» ответы: $\underline{I}_1 = 4 \text{ А}$, $\underline{I}_2 = 2 + j \cdot 2 \text{ А}$, $\underline{I}_3 = 2 - j \cdot 2 \text{ А}$.

Развязка магнитно-связанных цепей

Развязкой называется замена магнитно-связанных цепей эквивалентными цепями без магнитных связей.

Правила развязки

1. Если одноименные зажимы двух магнитно-связанных индуктивностей **одинаково расположены** относительно узла (рис.3.3.а), то эти две индуктивности можно заменить эквивалентной схемой (рис.3.3.б) с тремя индуктивностями без магнитной связи.

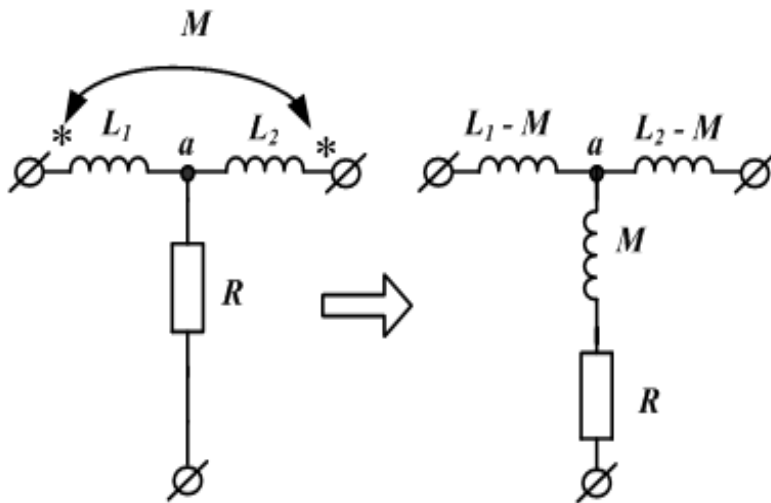


Рис.3.3.а

Рис.3.3.б

2. Если одноименные зажимы двух магнитно-связанных индуктивностей **неодинаково расположены** относительно узла (рис.3.4.а), то эти две индуктивности можно заменить эквивалентной схемой (рис.3.4.б) с тремя индуктивностями без магнитной связи. Индуктивность с отрицательным значением $(-M)$ имеет расчетный характер.

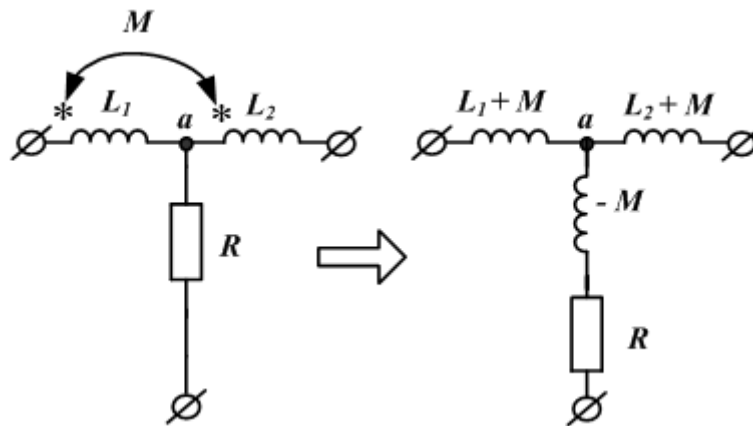


Рис.3.4.а

Рис.3.4.б

Пример 3.2

Расчет цепи (рис.3.1) методом развязки

В схеме (рис.3.1) одноименные зажимы катушек одинаково расположены относительно узла *a*. Поэтому для развязки применяем эквивалентную схему рис.3.3.б. Преобразованная схема без магнитных связей показана на рис.3.5.

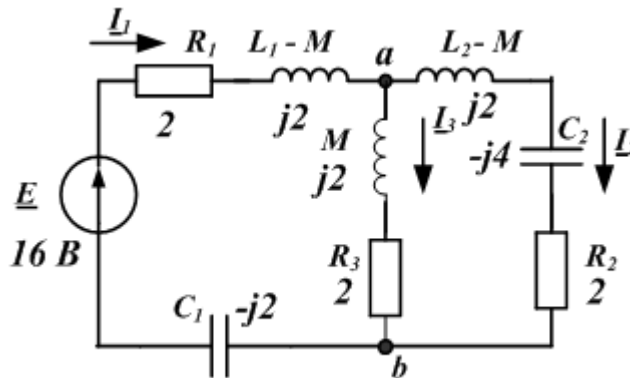


Рис.3.5. Эквивалентная схема цепи после развязки

На схеме (рис.3.5) у каждого элемента указаны значения комплексных сопротивлений в Омах. Действующее значение источника напряжения равно 16 В. Расчет схемы легко провести в ручную. Находим эквивалентное сопротивление двух параллельных ветвей между узлами *a-b*:

$$\underline{Z}_{ab} = \frac{(2 + j2 - j4) \cdot (2 + j2)}{2 + j2 - j4 + 2 + j2} = 2 \text{ Ом.}$$

Находим входное сопротивление цепи:

$$\underline{Z}_{ex} = 2 + j2 + 2 - j2 = 4 \text{ Ом.}$$

$$\text{Находим первый ток: } \underline{I}_1 = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_{ex}} = \frac{16}{4} = 4 \text{ А.}$$

Находим напряжение между узлами:

$$\underline{U}_{ab} = \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_{ab} = 8 \text{ В.}$$

Находим токи во второй и третьей ветви:

$$\underline{I}_2 = \frac{8}{2 - j2} = 2 + j2 \text{ А, } \underline{I}_3 = \frac{8}{2 + j2} = 2 - j2 \text{ А.}$$

Итак, с помощью развязки мы очень просто получили те же результаты.

Линейный трансформатор

Трансформатором называется устройство для передачи энергии из одной части цепи в другую посредством электромагнитной индукции.

Схема линейного трансформатора показана на рис. 3.6.

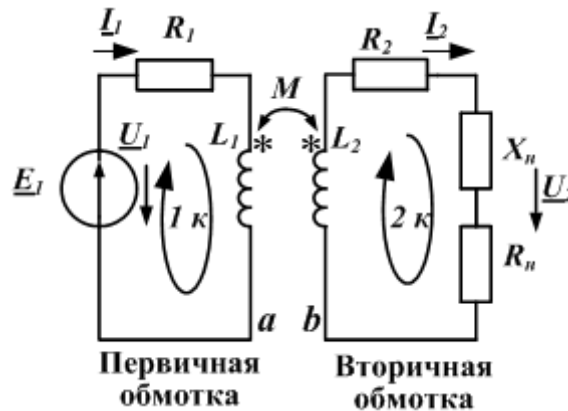


Рис.3.6. Схема линейного трансформатора

Во вторичной обмотке трансформатора включена комплексная нагрузка $\underline{Z}_H = R_H + jX_H$.

Составим уравнения трансформатора по второму закону Кирхгофа. Направления обхода контуров показаны на схеме.

$$\underline{I}_1 \cdot R_1 + j\omega L_1 \underline{I}_1 - j\omega M \underline{I}_2 = \underline{E}_1$$

$$\underline{I}_2 \cdot R_2 + \underline{I}_2 \cdot R_H + jX_H \underline{I}_2 + j\omega L_2 \underline{I}_2 - j\omega M \underline{I}_1 = 0$$

По этим уравнениям строим векторную диаграмму токов и

напряжений в трансформаторе (рис.3.7). Диаграмму строим в такой последовательности: $\underline{I}_2$, $R_n \underline{I}_2$, $jX_n \underline{I}_2$, $j\omega L_2 \underline{I}_2$, $R_2 \underline{I}_2$, $-j\omega M \underline{I}_1$.

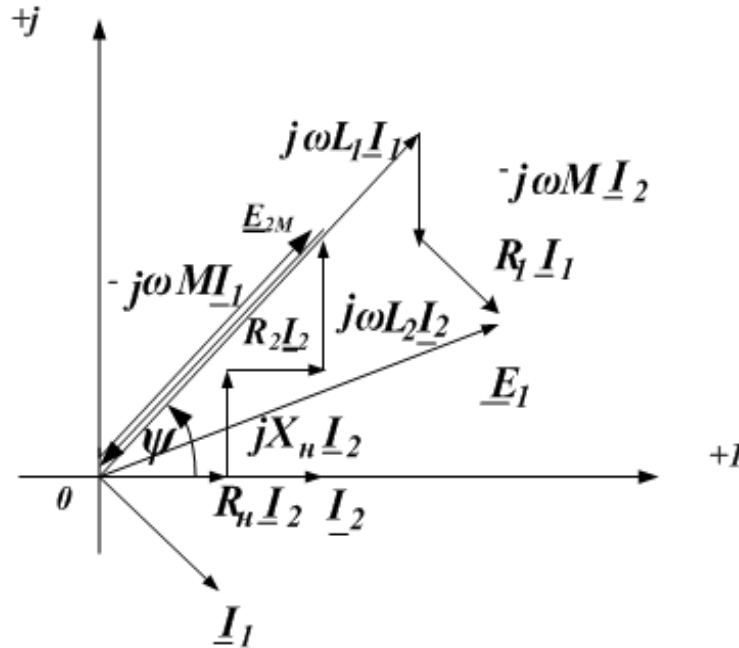


Рис.3.7. Векторная диаграмма трансформатора

Вектор $-j\omega M \underline{I}_1$ замыкает диаграмму напряжений вторичного контура, в котором нет источников напряжения. По этому вектору находим вектор тока $\underline{I}_1$, повернутый на $+90^\circ$ и уменьшенный по длине в ωM раз. Далее строим: $j\omega L_1 \underline{I}_1$, $-j\omega M \underline{I}_2$, $R_1 \underline{I}_1$, $\underline{E}_1$.

В схеме линейного трансформатора (рис.3.6) токи не изменятся, если соединить точки **a** и **b** в узел «**ab**». После этого воспользуемся правилом развязки магнитно-связанных цепей. К узлу «**ab**» катушки трансформатора подключены одинаково (зажимами без звездочек). Поэтому преобразуем трансформатор по схеме рис.3.3.б и получим схему замещения линейного трансформатора (рис.3.8) без магнитных связей, в которой контуры связаны электрически через сопротивление общей ветви.

Важными характеристиками трансформатора являются: коэффициент трансформации по напряжению $n_U = \frac{U_2}{U_1} \approx \frac{w_2}{w_1}$ (w_2 , w_1 –

число витков вторичной и первичной обмотки), коэффициент трансформации по току $n_I = \frac{I_1}{I_2}$, коэффициент трансформации

по сопротивлению $\underline{n}_Z = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_{ex}} = \frac{\underline{U}_2 \cdot \underline{I}_1}{\underline{I}_2 \cdot \underline{U}_1} = \underline{n}_U \cdot \underline{n}_I$.

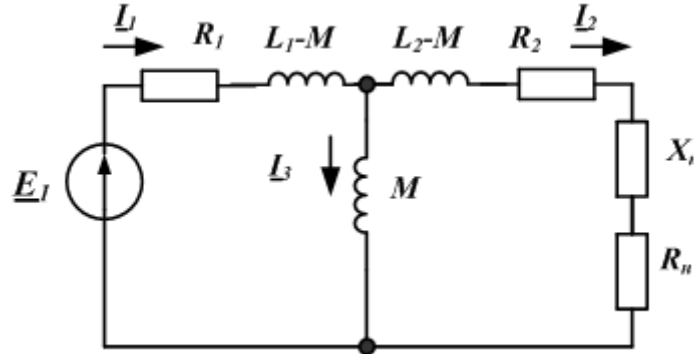


Рис.3.8. Схема замещения линейного трансформатора

В трансформаторе с одинаковыми обмотками ($w_2 = w_1$) в схеме замещения (рис.3.8) индуктивности L_1-M , L_2-M имеют смысл индуктивностей рассеяния, индуктивность M – называют индуктивностью намагничивания.

Энергетические соотношения в трансформаторе

Комплексная мощность, передаваемая из первичной обмотки во вторичную, равна:

$$\tilde{S} = \underline{E}_{2M} \cdot \underline{I}_2^* = E_{2M} \cdot I_2 \cdot \cos\psi + jE_{2M} \cdot I_2 \cdot \sin\psi = P_2 + jQ_2,$$

где $\underline{E}_{2M} = j\underline{I}_1 X_M = E_{2M} \cdot \cos\psi + jE_{2M} \cdot \sin\psi$ – ЭДС взаимоиндукции, наводимая магнитным потоком во вторичной обмотке (при встречном включении катушек), $\underline{I}_2 = I_2$ – ток вторичной цепи трансформатора, ψ – угол между векторами $\underline{E}_{2M}$ и $\underline{I}_2$ (рис 3.7).

Так как $E_{2M} \cos\psi = I_2 R_{H2} + I_2 R_2$ (см. векторную диаграмму), то активная мощность $P_2 = E_{2M} I_2 \cos\psi = (I_2^2 R_{H2} + I_2^2 R_2)$. Реактивная мощность $Q_2 = E_{2M} I_2 \sin\psi = I_2^2 X_2 + I_2^2 X_{2n}$. Активная мощность, потребляемая нагруженным трансформатором:

$$P = I_1^2 R_1 + P_2 = I_1^2 R_1 + I_2^2 (R_{H2} + R_2) = U_1 I_1 \cos\varphi_{ex}.$$

Определение параметров магнитно-связанных катушек

В «Миниатюрной электротехнической лаборатории МЭЛ» магнитно-связанные катушки L_5 и L_6 с измерительными сопротивлениями $R_u = 1$ Ом находятся на второй панели наборного поля.

Магнитная связь регулируется поворотом ручки "М" с градуировкой положения от 1 до 5. Для определения собственных параметров катушки L_5 (Z_5 , R_5 , X_5) на реальном макете надо собрать схему экспериментальных исследований рис. 3.9, позволяющую измерить напряжение U_1 , ток $I_1 = U_{н1}/10\text{ Ом}$, угол фазового сдвига φ между $\underline{U}_1$ и $\underline{I}_1$. Катушка L_6 при этих измерениях должна быть разомкнута. По этим данным можно подсчитать:

$$Z_{\text{BX}} = \frac{U_1}{I_1}; R_5 = Z_{\text{BX}} \cdot \cos \varphi_{\text{BX}} - R_{\text{И}}; X_5 = Z_{\text{BX}} \cdot \sin \varphi_{\text{BX}},$$

$$Z_5 = \sqrt{R_5^2 + X_5^2}, \varphi_5 = \arctg \frac{X_5}{R_5}, \underline{Z}_5 = Z_5 \cdot e^{j\varphi_5}.$$

Для определения параметров Z_6 , R_6 , X_6 катушки L_6 надо в схеме рис. 3.9 катушки L_5 и L_6 поменять местами и еще раз записать показания приборов U_1 , I_1 , φ_{BX} . Расчет параметров катушки L_6 проводится также как для L_5 .

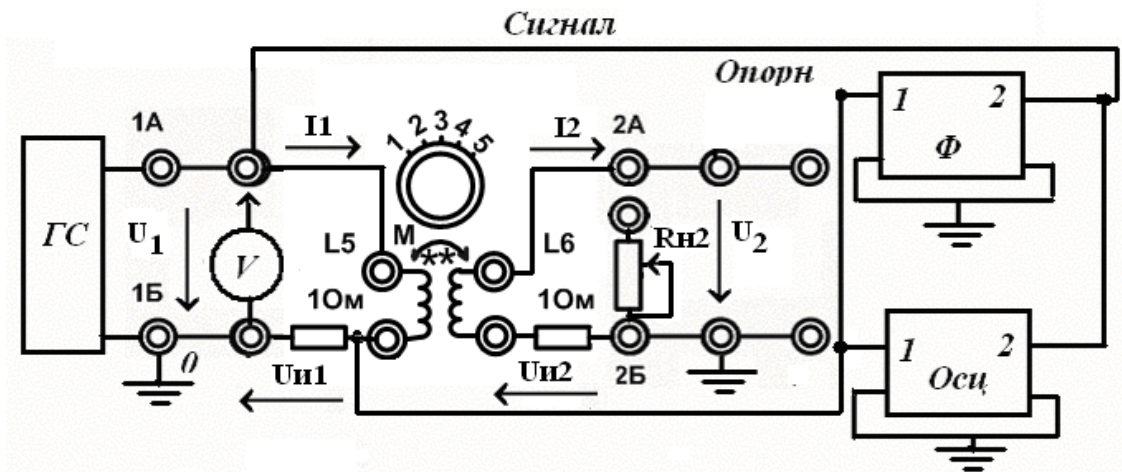


Рис 3.9. Схема экспериментальных исследований в МЭЛ

Последовательное соединение магнитно-связанных катушек Определение сопротивления магнитной связи

Для определения сопротивления магнитной связи X_M следует катушки L_5 и L_6 соединить последовательно и подключить к клеммам 1А и 1Б схемы рис.3.9. "Одноименные зажимы" катушек

обозначены звездочками.

Схема на рис. 3.10 соответствует согласному включению катушек, а схема на рис. 3.11 соответствует встречному включению. Для определения сопротивления магнитной связи следует при произвольно выбранном последовательном соединении катушек записать показания приборов. Затем поменять местами концы второй катушки и вновь записать показания приборов.

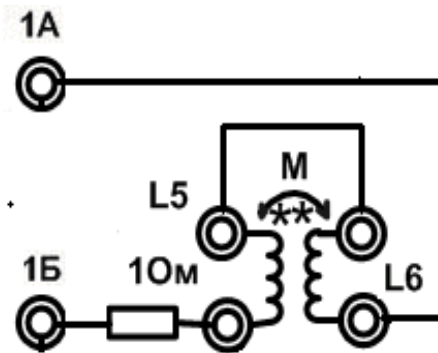
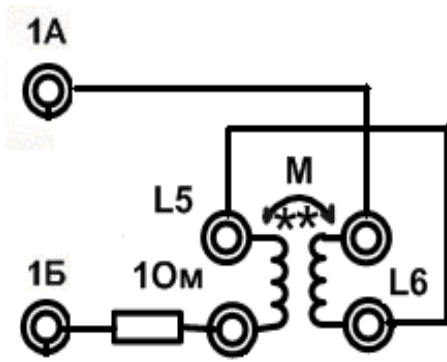


Рис. 3.10 Согласное включение

Рис. 3.11. Встречное включение

Для обоих опытов подсчитать значения $Z_{\text{ex}} = \frac{U_1}{I_1}$ и $X_L = Z_{\text{ex}} \cdot \sin \varphi_{\text{ex}}$. Реактивное сопротивление при согласном включении $X_{\text{согл}}$ больше, чем при встречном включении $X_{\text{встр}}$. Сопротивление магнитной связи X_M определяется по формуле $X_M = \omega M = \frac{X_{\text{согл}} - X_{\text{встр}}}{4}$. Здесь ω - круговая частота напряжения источника.

Сопротивление магнитной связи можно также определить в схеме (рис. 3.9) другим способом. Для этого надо измерить ток I_1 и напряжение U_2 на разомкнутой второй катушке (L_6) и подсчитать $X_{M12} = \frac{U_2}{I_1}$. Если поменять катушки L_5 и L_6 местами и измерить значения тока I_2 и напряжения U_1 на разомкнутой обмотке первой катушки (L_5), то можно подсчитать $X_{M21} = \frac{U_1}{I_2}$. Эти эксперименты должны подтвердить, что $X_{M12} = X_{M21} = X_M$.

Компьютерная модель магнитно-связанных катушек

Схема для компьютерного моделирования показана на рис.3.12.

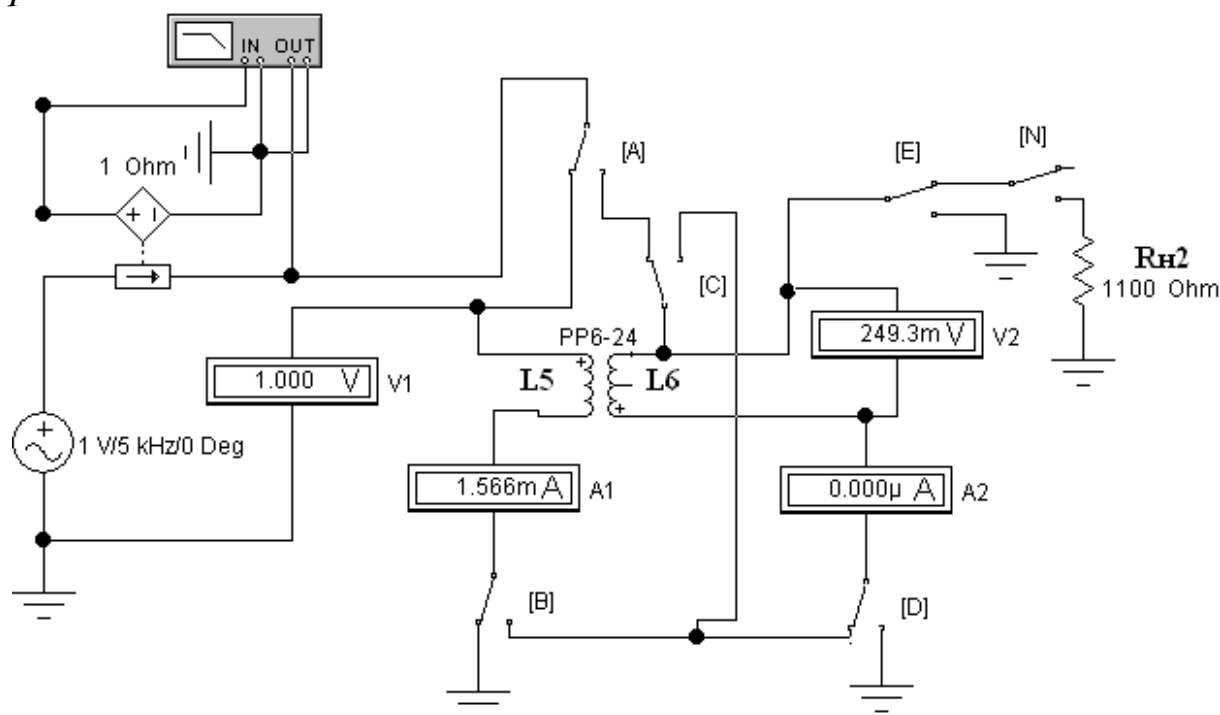


Рис.3.12. Схема для компьютерного моделирования магнитно-связанных катушек

В качестве магнитно-связанных катушек можно использовать трансформаторы панели «Basic» программы EWB 5.12. Параметры трансформаторов можно менять, редактируя их свойства. Так в трансформаторе PP6-24 схемы (рис.3.12) мы задали отношение числа витков первичной обмотки к вторичной $N=2$, индуктивность рассеяния $L_S=10$ мГн, индуктивность намагничивания $L_M=10$ мГн, сопротивление первичной и вторичной обмотки 50 Ом.

Измерение напряжений на катушках трансформатора выполняется вольтметрами V1 и V2, токи измеряются амперметрами A1 и A2. Эти приборы должны быть установлены в режим измерений переменных сигналов (Mode AC). В источнике переменного напряжения установлена амплитуда 1В и частота 5 кГц. Сдвиг фазы входного напряжения относительно входного тока измеряется Бode-плоттером, причем в его входной цепи

использован «Управляемый ток» источник напряжения». Ключи в схеме переключаются нажатием соответствующих английских букв клавиатуры и позволяют смоделировать все необходимые для исследований включения катушек.

3.2. Вопросы для самопроверки и подготовки к лабораторной работе

1. Объясните смысл понятия взаимной индукции катушек.
2. Какое включение катушек называют согласным, а какое встречным?
3. Какие приборы нужны для определения «одноименных» зажимов двух катушек? Как провести такой эксперимент?
4. Запишите уравнения в символической форме по второму закону Кирхгофа для схемы (рис.3.10), если на входе действует напряжение $\underline{U}$. Постройте векторную диаграмму напряжений в этой схеме.
5. Выполните задание п.4 для схемы (рис.3.11).
6. Как рассчитать эквивалентную индуктивность при последовательном согласном включении магнитно-связанных катушек?
7. Как рассчитать эквивалентную индуктивность при последовательном встречном включении магнитно-связанных катушек?
8. Докажите расчетную формулу $X_M = \frac{X_{\text{согл}} - X_{\text{встр}}}{4}$.
9. Какими способами можно менять взаимную индуктивность двух катушек?
10. Как работает линейный трансформатор и для чего он используется?
11. Пользуясь правилом развязки, нарисуйте схему замещения линейного трансформатора без магнитных связей.
12. Выполнить пункты, **обязательные для всех лабораторных работ** (см. главу 1).

Для желающих!

Предварительное расчетное задание

1. Считая, что в схеме (рис.3.9) $L_5=L_6=10$ мГн, $M=500$ мкГн, $U=1$ В, $f=5$ кГц, R_H принимает значения 0 Ом, 100 Ом, 1 кОм,

2кОм, составить и решить в Mathcad уравнения для расчета первичного и вторичного токов трансформатора и напряжения на нагрузке.

2. Сделайте лабораторную работу дома в среде Electronics Workbench 5.12 (EWB 5.12), пользуясь указаниями по выбору параметров из лабораторного задания. На занятии Вы выполните исследования для реальной цепи.

3.3. Лабораторная работа № 3

Исследование электрических цепей, содержащих магнитно-связанные катушки

Цель работы - определение параметров магнитно-связанных катушек, изучение распределения токов, напряжений и мощностей в цепях с взаимной индуктивностью.

Часть I. Определение параметров катушек и сопротивления взаимной индукции

1. Собрать схему рис 3.9.

2. Установить напряжение генератора на первичной обмотке порядка 1 В. Частоту генератора установить по номеру бригады в соответствии с формулой: $f_{(кГц)} = 2,5 + 0,5 \cdot N$, где N – номер бригады. Ручку регулятора магнитной связи поставить в крайнее правое положение и не менять в последующих опытах. Значение измерительных сопротивлений $R_{и1} = R_{и2} = 1$ Ом. Нагрузка $R_{н2}$ отключена. Записать показания приборов в таблицу 3.1 (замер 1).

В компьютерной модели (рис.3.12) по номеру бригады выбрать трансформатор из библиотеки «powrvolt» (серия PP-**) в соответствии с таблицей 3.2.*

Ключи А, В, С, D поставить в левое положение, ключи Е, N – вверх. Фазу измерять Бode-плоттером на заданной частоте f .

Записать в таблицу 3.1 результаты замера 1 (показания V1, A1, V2, значение фазы φ).

3. Отключить питание генератора, поменять катушки местами и повторить эксперимент. Данные записать в таблицу 3.1 (замер 2).

В модели (рис.3.12) поставить ключи: А, D – вправо, В, С

– влево, E , N – вверх. Показания $V2$, $A2$, $V1$, φ записать в таблицу 3.1.

Таблица 3.1

	Эксперимент				Расчет			
Замер 1	$U_1=$	$U_{и}=$ $I_1=$	$\varphi =$	$U_2 =$	$Z_5=$	$R_5=$	$X_5 =$	$X_{M12}=$
Замер 2	$U_2=$	$U_{и}=$ $I_2=$	$\varphi =$	$U_1 =$	$Z_6=$	$R_6=$	$X_6 =$	$X_{M21} =$
Замер 3	$U_1=$	$U_{и}=$ $I_1=$	$\varphi =$		$Z_9=$	$R_9=$	$X_9 =$	$X_{M12} =$
Замер 4	$U_1=$	$U_{и}=$ $I_1=$	$\varphi =$		$Z_9=$	$R_9=$	$X_9 =$	$X_{M12} =$
Замер 5	$U_1=$	$U_{и}=$ $I_1=$	$\varphi =$	$U_2 =$ $I_2=0$				
Замер 6	$U_1=$	$U_{и}=$ $I_1=$	$\varphi =$	$U_2 =$ $I_2=$				

Таблица 3.2

N бриг.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
N транс.	5- 16	5- 20	5- 24	5- 28	5- 36	5- 48	5- 56	6- 16	6- 20	6- 24	6- 28	6- 36

4. Произвести расчет параметров обеих катушек и сопротивления взаимной индукции. Результаты расчета записать в таблицу 3.1. Убедиться, что $X_{M12}=X_{M21}=X_M$.

Часть 2. Последовательное соединение катушек

5. Начертить и собрать схему с двумя последовательно соединенными магнитно-связанными катушками. Приборы подключить согласно схеме рис.3.9.

6. При согласном последовательном соединении катушек (рис.3.10) записать показания приборов (замер 3).

В компьютерной модели (рис.3.12) поставить ключи: А, С, D – влево, В- вправо, Е - вниз, N – вверх.

7. Поменять местами концы второй катушки и при встречном последовательном соединении катушек (рис.3.11) вновь записать показания (замер 4).

В компьютерной модели поставить ключи: А – влево, В, С, D - вправо, Е, N – вверх.

Используя данные замеров 3 и 4, подсчитать полное сопротивление катушек в обоих случаях и, основываясь на этих данных, подтвердить, какой из опытов соответствует согласному, и какой встречному включению. Убедиться в правильности разметки зажимов катушек на панели МЭЛ. Составить эскиз с обозначением зажимов катушек.

8. Используя замеры 3 и 4 и подсчитанные ранее параметры катушек, начертить в масштабе векторные диаграммы тока и напряжений для обоих случаев их соединения.

Часть 3. Исследование работы трансформатора

9. Собрать схему (рис.3.9). Подключить к клемме 2А переменный резистор R_{H2} . Поддерживая на зажимах первичной обмотки трансформатора напряжение порядка 1В, записать показания приборов для двух режимов: а) $R_{H2} = \infty$ (х.х.); б) $R_{H2} = 0,5 R_{Hmax}$. Результаты (замер 5 и замер 6) записать в таблицу 3.1.

В компьютерной модели поставить ключи: А, В, С - влево, D - вправо, Е – вверх. Для $R_{H2} = \infty$ ключ N поставить вверх, для $R_{H2} = 0,5 R_{Hmax}$ ключ N поставить вниз и установить значение $R_{H2} = 1100 \text{ Ом}$.

Расчетное задание

1. Результаты расчета параметров обеих катушек и сопротивления взаимной индукции записать в таблицу 3.1. Убедиться, что $X_{M12} = X_{M21} = X_M$.

2. Используя замеры 3 и 4 и подсчитанные ранее параметры катушек, начертить в масштабе векторные диаграммы для обоих

случаев их соединения.

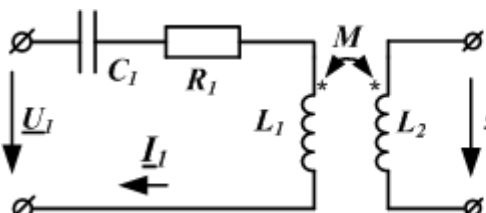
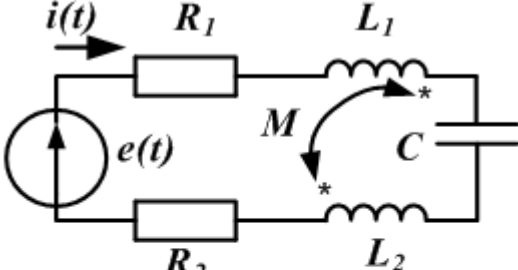
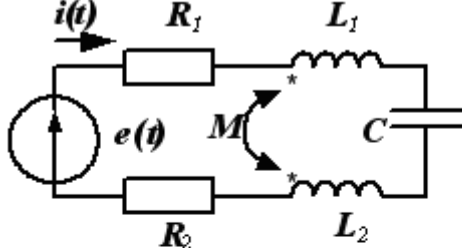
3. По данным замеров 5 и 6 построить в масштабе векторные диаграммы токов и напряжений для первичного и вторичного контуров в режимах “а” и “б”.

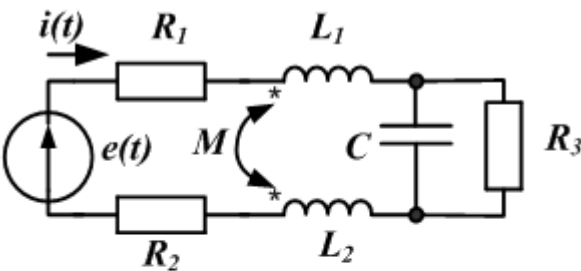
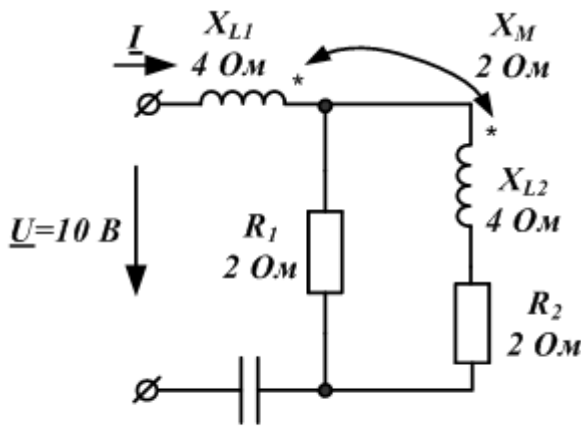
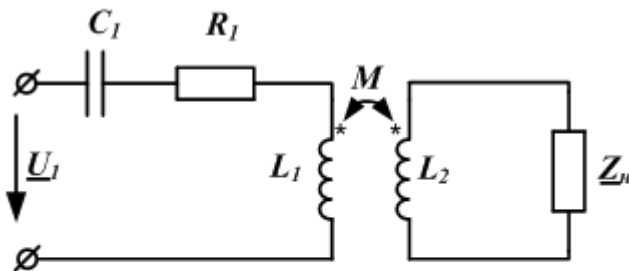
4. По векторной диаграмме, соответствующей режиму “б”, вычислить активную мощность нагрузки; активную мощность, поглощаемую обеими обмотками трансформатора; мощность P_2 , передаваемую магнитным полем из первичной обмотки во вторичную. Подсчитать баланс активных мощностей: а) во всей схеме и б) отдельно для вторичной цепи.

5. Используя найденные экспериментально параметры катушек линейного трансформатора и сопротивление магнитной связи, составить схему замещения линейного трансформатора и выполнить теоретический расчет токов для $R_{H2}=0,5 R_{Hmax}$.

6. Решить (без калькулятора) простые задачи.

Простые задачи

	Дано: $U_1=10$ В, $X_{L1}=4$ Ом, $X_{C1}=4$ Ом, $R_1=2$ Ом, $X_{L2}=6$ Ом, $X_M=2$ Ом. Найти напряжение U_2.
 Дано: $R_1=R_2=500$ Ом, $L_1=L_2=4$ мГн, $M=1$ мГн, $C=100$ пФ, $e(t)=2\sin 10^6 t$ В Найти ток $i(t)$	 Дано: $R_1=R_2=10$ Ом, $L_1=0,8$ мГн, $L_2=0,4$ мГн, $M=0,1$ мГн, $e(t)=2\sin 10^6 t$ В. При какой емкости C в цепи наступит резонанс. Найти ток $i(t)$ при резонансе.

 Дано: $R_1=R_2=5\text{ Ом}$, $R_3=40\text{ Ом}$, $L_1=1,2\text{ мГн}$, $L_2=1,6\text{ мГн}$, $C=2,5\text{ мкФ}$, $\omega=10^4\text{ 1/с}$. При каком M в цепи наступит резонанс?	 Найти ток I.
 Дано: $U_1=10\text{ В}$, $X_{L1}=4\text{ Ом}$, $X_{C1}=4\text{ Ом}$, $R_1=2\text{ Ом}$, $X_{L2}=6\text{ Ом}$, $X_M=2\text{ Ом}$. При каком сопротивлении $Z_{\text{н}}$ в нем выделяется наибольшая активная мощность? Найти эту мощность.	

Глава 4

ЛИНЕЙНЫЕ ПАССИВНЫЕ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКИ

4.1. Краткие теоретические сведения

Пассивный линейный четырехполюсник представляет собой элемент цепи, не содержащий источников энергии и имеющий два входных (первичных) ($a-b$) и два выходных (вторичных) ($m-n$) зажима (рис. 4.1)

Основные уравнения четырехполюсника могут быть записаны в шести различных формах, использующих параметры Y , Z , A , B , H , G .

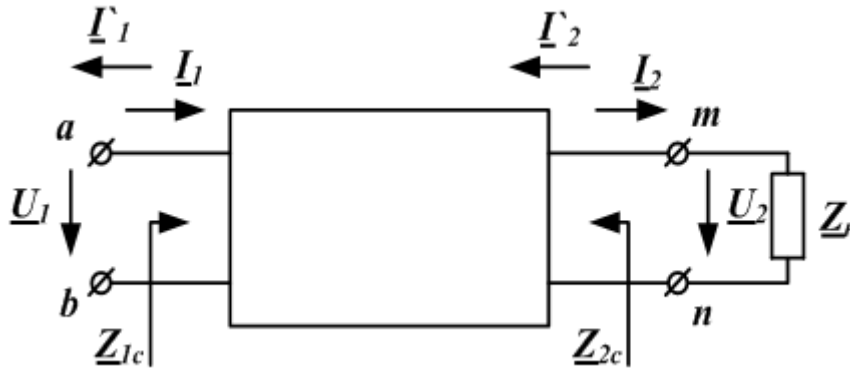


Рис.4.1. Схема четырехполюсника

Форма $\underline{Y}$ выражает токи $\underline{I}_1$ и $\underline{I}'_2$ через проводимости и напряжения:

$$\begin{aligned}\underline{I}_1 &= \underline{Y}_{11} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{12} \cdot \underline{U}_2 \\ \underline{I}'_2 &= \underline{Y}_{21} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{22} \cdot \underline{U}_2\end{aligned}\quad (4.1)$$

Пассивные линейные четырехполюсники являются **обратимыми**. Для них выполняется теорема взаимности и взаимные проводимости $\underline{Y}_{12} = \underline{Y}_{21}$.

Форма $\underline{A}$ выражает входное напряжение $\underline{U}_1$ и входной ток $\underline{I}_1$ через выходное напряжение $\underline{U}_2$ и выходной ток $\underline{I}_2$. $\underline{A}$ -параметры применяются при анализе передачи энергии от входных зажимов к выходным зажимам и подробно исследуются в лабораторной работе №4. Для комплексных действующих значений уравнения четырехполюсника в форме $\underline{A}$ имеют вид:

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= \underline{A}_{11} \underline{U}_2 + \underline{A}_{12} \underline{I}_2 \\ \underline{I}_1 &= \underline{A}_{21} \underline{U}_2 + \underline{A}_{22} \underline{I}_2\end{aligned}\quad (4.2)$$

Коэффициенты уравнений четырехполюсника называют его параметрами. $\underline{A}$ - параметры четырехполюсника иногда именуют как коэффициенты A, B, C, D. Матрица $\underline{A}$ - параметров имеет вид:

$$[\underline{A}] = \begin{bmatrix} \underline{A}_{11} & \underline{A}_{12} \\ \underline{A}_{21} & \underline{A}_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$$

Определитель $\underline{A}$ - параметров пассивного линейного четырехполюсника равен единице:

$$|\underline{A}| = \underline{A}_{11} \cdot \underline{A}_{22} - \underline{A}_{12} \cdot \underline{A}_{21} = 1 \quad (4.3)$$

Это свойство надо использовать для проверки расчета A - параметров. Так как четыре параметра пассивного линейного четырехполюсника связаны уравнением (4.3), то независимыми являются только 3 параметра.

Физический смысл и непосредственное определение A - параметров

$\underline{A}_{11} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2}$ при $\underline{I}_2 = 0$ (режим холостого хода на выходе – ХХ2) - коэффициент трансформации по напряжению;

$\underline{A}_{22} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2}$ при $\underline{U}_2 = 0$ (короткое замыкание на выходе – КЗ2) – коэффициент трансформации тока;

$\underline{A}_{12} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_2}$ при $\underline{U}_2 = 0$ - величина, обратная передаточной проводимости при КЗ2;

$\underline{A}_{21} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_2}$ при $\underline{I}_2 = 0$ - величина, обратная передаточному сопротивлению при ХХ2.

В симметричном четырехполюснике (токи и напряжения во внешней цепи не меняются при перемене местами первичных и вторичных зажимов) выполняется равенство: $\underline{A}_{11} = \underline{A}_{22}$. Поэтому в симметричном пассивном линейном четырехполюснике независимы 2 параметра.

Входное сопротивление четырехполюсника

Входное сопротивление четырехполюсника со стороны первичных зажимов находим по формуле:

$$\underline{Z}_{1\text{вх}} = \frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = \frac{\underline{A}_{11}\underline{U}_2 + \underline{A}_{12}\underline{I}_2}{\underline{A}_{21}\underline{U}_2 + \underline{A}_{22}\underline{I}_2} = \frac{\underline{A}_{11} \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} + \underline{A}_{12}}{\underline{A}_{21} \frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2} + \underline{A}_{22}} = \frac{\underline{A}_{11}\underline{Z}_2 + \underline{A}_{12}}{\underline{A}_{21}\underline{Z}_2 + \underline{A}_{22}} \quad (4.4)$$

Входное сопротивление со стороны выходных зажимов находим по аналогичной формуле:

$$\underline{Z}_{26x} = \frac{U_2}{I_2} = \frac{\underline{A}_{22}\underline{U}_1 + \underline{A}_{12}\underline{I}_1}{\underline{A}_{21}\underline{U}_1 + \underline{A}_{11}\underline{I}_1} = \frac{\underline{A}_{22}\underline{Z}_1 + \underline{A}_{12}}{\underline{A}_{21}\underline{Z}_1 + \underline{A}_{11}} \quad (4.5)$$

Из формул (4.2) и (4.3) следует, что четырехполюсник преобразует (трансформирует) сопротивление нагрузки.

Частными случаями входных сопротивлений являются **сопротивления холостого хода:**

$$\underline{Z}_{16x} = \underline{Z}_{1x} = \frac{\underline{A}_{11}}{\underline{A}_{21}}, \text{ при } \underline{Z}_2 = \infty \text{ и } \underline{Z}_{26x} = \underline{Z}_{2x} = \frac{\underline{A}_{22}}{\underline{A}_{21}} \text{ при } \underline{Z}_1 = \infty;$$

сопротивления короткого замыкания:

$$\underline{Z}_{16x} = \underline{Z}_{1k} = \frac{\underline{A}_{12}}{\underline{A}_{22}} \text{ при } \underline{Z}_2 = 0 \text{ и } \underline{Z}_{26x} = \underline{Z}_{2k} = \frac{\underline{A}_{12}}{\underline{A}_{11}} \text{ при } \underline{Z}_1 = 0$$

В данной работе А- параметры определяются по входным сопротивлениям, полученным опытным путем в режимах холостого хода (х.х) и короткого замыкания (к.з) по формулам:

$$\underline{A}_{11} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{1X}}{\underline{Z}_{2X} - \underline{Z}_{2K}}}, \underline{A}_{12} = \underline{A}_{11}\underline{Z}_{2K}, \underline{A}_{21} = \frac{\underline{A}_{11}}{\underline{Z}_{1X}}, \underline{A}_{22} = \underline{A}_{11} \frac{\underline{Z}_{2X}}{\underline{Z}_{1X}} \quad (4.6)$$

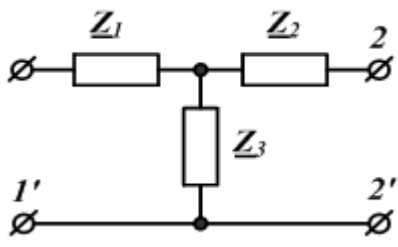
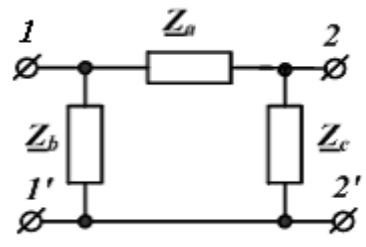
Выбор нагрузки из условия выделения в ней максимальной мощности $P_{\max}$

Из теории известно, что при питании четырехполюсника от источника ЭДС для того, чтобы в нагрузке $\underline{Z}_H = R_H + jX_H$ выделилась максимально возможная активная мощность P_2 , необходимо, чтобы сопротивление нагрузки было комплексно сопряженным с входным сопротивлением четырехполюсника со стороны зажимов m-n при короткозамкнутых зажимах **a-b**. Если $\underline{Z}_{BXmn} = R_{BX} + jX_{BX}$, то должно иметь место $\underline{Z}_H = R_H + jX_H = R_{BX} - jX_{BX} = \underline{Z}_{2K}^*$. Таким образом, $R_H = R_{BX}$ и $X_H = -X_{BX}$. При этом в нагрузке выделяется $P_{\max} = U_2^2 / 4R_H$, где U_2 – напряжение холостого хода на зажимах **m-n** из опыта 1.

Схемы замещения четырехполюсника

Если на некоторой фиксированной частоте определены А-параметры четырехполюсника, в расчетах и экспериментах этот

четырёхполюсник можно представить схемой замещения, которая имеет ту же матрицу $\underline{A}$ - параметров. Применяют две схемы замещения: Т – образная (рис.4.2) и П – образная (рис.4.3).

	
Рис.4.2. Т-образная схема замещения	Рис.4.3. П - образная схема замещения

Расчет элементов Т- образной схемы замещения через $\underline{A}$ – параметры четырехполюсника проводят по формулам:

$$\underline{Z}_1 = \frac{\underline{A}_{11} - 1}{\underline{A}_{21}}, \quad \underline{Z}_2 = \frac{\underline{A}_{22} - 1}{\underline{A}_{21}}, \quad \underline{Z}_3 = \frac{1}{\underline{A}_{21}} \quad (4.7)$$

Расчет элементов П - образной схемы замещения проводят по формулам:

$$\underline{Z}_a = \underline{A}_{12}, \quad \underline{Z}_b = \frac{\underline{A}_{12}}{\underline{A}_{22} - 1}, \quad \underline{Z}_c = \frac{\underline{A}_{12}}{\underline{A}_{11} - 1} \quad (4.8)$$

Характеристические параметры четырехполюсника

Характеристическими параметрами четырехполюсника называют два характеристических сопротивления

$$\underline{Z}_{1C} = \sqrt{\frac{\underline{A}_{11} \cdot \underline{A}_{12}}{\underline{A}_{21} \cdot \underline{A}_{22}}} = \sqrt{\underline{Z}_{1K} \cdot \underline{Z}_{1X}}, \quad \underline{Z}_{2C} = \sqrt{\frac{\underline{A}_{22} \cdot \underline{A}_{12}}{\underline{A}_{21} \cdot \underline{A}_{11}}} = \sqrt{\underline{Z}_{2K} \cdot \underline{Z}_{2X}} \quad (4.9)$$

и характеристическую постоянную передачи (меру передачи)

$$\underline{g} = \ln(\sqrt{\underline{A}_{11} \cdot \underline{A}_{22}} + \sqrt{\underline{A}_{12} \cdot \underline{A}_{21}}) = a + jb \quad (4.10)$$

Характеристические сопротивления обладают таким свойством, что, если к вторичным зажимам подключить в качестве нагрузки $\underline{Z}_{2C}$, то входное сопротивление со стороны первичных зажимов будет равно $\underline{Z}_{1C}$. И наоборот, если к первичным зажимам подключить $\underline{Z}_{1C}$, то входное сопротивление со стороны выходных зажимов будет $\underline{Z}_{2C}$.

Четырехполюсник, нагруженный на характеристическое сопротивление, называют согласованным с нагрузкой.

В согласованном режиме напряжения на входе и выходе четырехполюсника выражаются через характеристические параметры по формуле:

$$\underline{U}_1 = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{1C}}{\underline{Z}_{2C}}} \cdot \underline{U}_2 \cdot e^g = \sqrt{\frac{\underline{Z}_{1C}}{\underline{Z}_{2C}}} \cdot \underline{U}_2 \cdot e^a \cdot e^{jb}, \quad (4.11)$$

где a – характеристическое затухание четырехполюсника, b – характеристическая фаза.

Комплексная передаточная функция четырехполюсника выражается через A – параметры и сопротивление нагрузки следующей формулой:

$$\underline{K}_U(j\omega) = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{A}_{11}\underline{Z}_2 + \underline{A}_{12}} = K_U(\omega) \cdot e^{j\varphi(\omega)} \quad (4.12)$$

4.2. Вопросы для самопроверки и подготовки к лабораторной работе

1. Какие цепи называют четырехполюсниками?
2. Какими свойствами обладают линейные пассивные четырехполюсники?
3. Что такое обратимые и симметричные четырехполюсники?
4. Как экспериментально найти сопротивления холостого хода и короткого замыкания четырехполюсника?
5. Каким свойством обладают A -параметры линейного пассивного четырехполюсника?
6. Как рассчитать A -параметры линейного пассивного четырехполюсника через параметры холостого хода и короткого замыкания?
7. Как подобрать для четырехполюсника нагрузку, в которой будет выделяться наибольшая активная мощность?
8. Что такое схемы замещения четырехполюсника?
9. Какие характеристические параметры имеет четырехполюсник и как их можно рассчитать?
10. Что такое согласование четырехполюсника с нагрузкой? Как можно рассчитать согласованный режим работы четырехполюсника?

11. Выполнить пункты, обязательные для всех лабораторных работ (см. главу 1).

Для желающих!

Предварительное расчетное задание

Четырехполюсник имеет следующие сопротивления холостого хода и короткого замыкания:

$$\underline{Z}_{1K} = j10 \text{ Ом}, \underline{Z}_{1X} = -j2 \text{ Ом}, \underline{Z}_{2K} = j15 \text{ Ом}, \underline{Z}_{2X} = -j3 \text{ Ом}.$$

Требуется:

1. Рассчитать A – параметры четырехполюсника.
2. Записать уравнения четырехполюсника через A – параметры.
2. Рассчитать T – образную схему замещения.
3. По T – образной схеме найти сопротивления холостого хода и короткого замыкания.
4. Рассчитать характеристические параметры четырехполюсника.
5. Записать уравнения четырехполюсника в согласованном режиме через характеристические параметры.
6. Для найденных A – параметров рассчитать комплексную передаточную функцию четырехполюсника при сопротивлениях нагрузки $R_2 = 200 \text{ Ом}$ и 500 Ом .

4.3. Лабораторная работа № 4

Исследование четырехполюсника

Цель работы – определение параметров линейного пассивного четырехполюсника по входным сопротивлениям в режимах холостого хода и короткого замыкания, а также выбор сопротивления нагрузки четырехполюсника из условия выделения в ней максимальной активной мощности

Описание схемы измерений

Измерение комплексных сопротивлений холостого хода и короткого замыкания проводится так же, как измерялись сопротивления катушек в работе №3. Схема измерений представлена на рис. 4.4 и содержит генератор синусоидальных сигналов, электронный вольтметр, фазометр и осциллограф. Измерительные со-

противления $R_{\text{н}}$ на второй панели МЭЛ равны 10 Ом.

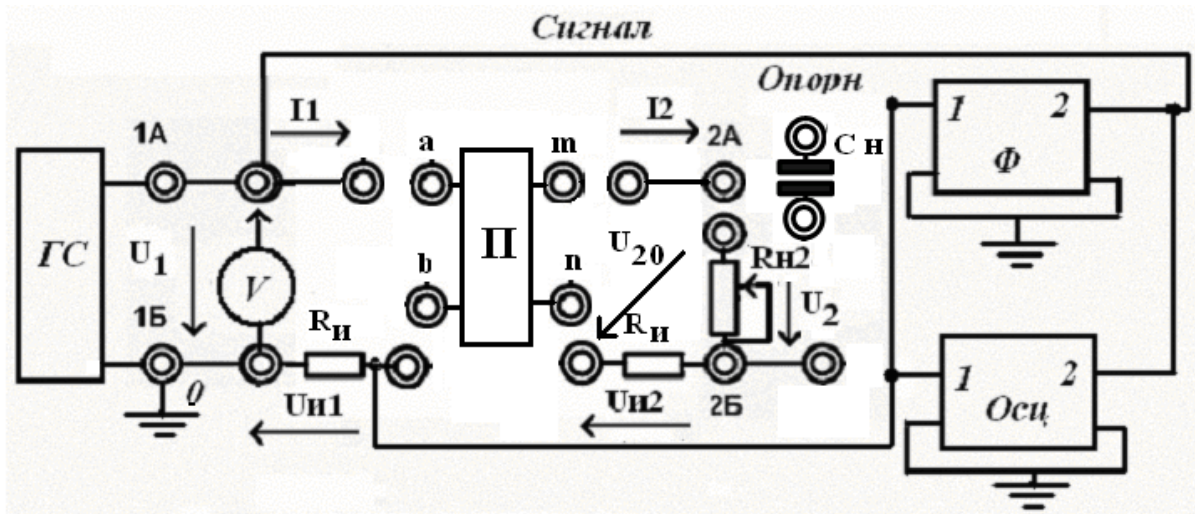


Рис.4.4. Схема реального моделирования

Сам четырехполюсник с зажимами ***ab-mn*** собирается из пассивных элементов второй панели МЭЛ по схеме регулярного четырехполюсника с объединенными зажимами ***b-n***, заданной преподавателем. Пример возможной схемы показан на рис.4.5. В ветви с сопротивлением R_{10} обязательно включите индуктивность или емкость. Четырехполюсник должен содержать хотя бы одну индуктивность для получения резонансного режима.

Схема для компьютерного моделирования показана на рис.4.6. Приборами в схеме являются функциональный генератор, осциллограф, два вольтметра, два амперметра и Боде-плоттер. Вольтметры и амперметры надо включить в режим измерения переменных напряжений («Mode AC»).

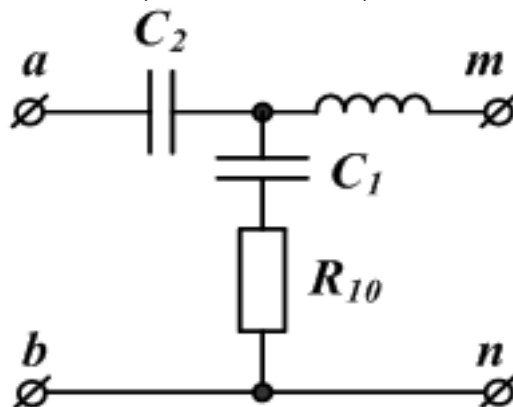


Рис.4.5. Пример схемы четырехполюсника

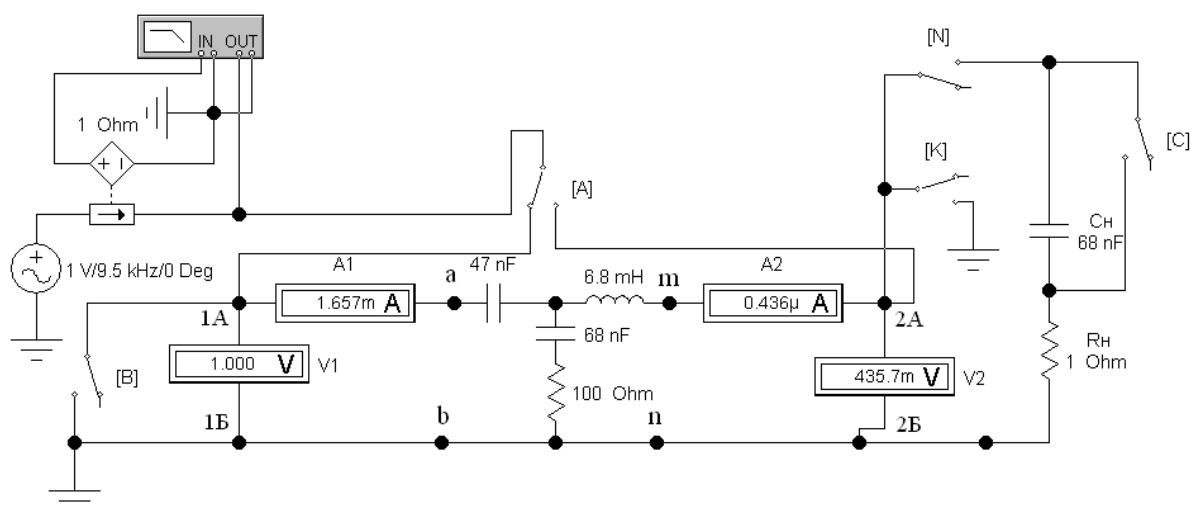


Рис. 4.6. Схема компьютерного моделирования четырехполюсника

Лабораторное задание

1. Для реальной модели собрать схему четырехполюсника, заданную преподавателем, и схему измерений рис.4.4. Соединить зажим **a** четырехполюсника с клеммой 1А, зажим **b** с клеммой 1Б, зажим **m** соединить с клеммой 2А, зажим **n** соединить с клеммой 2Б через измерительный резистор $R_{\text{и}}$. Подключить к клеммам 2А-2Б конденсатор $C_{\text{н}}$ (один из конденсаторов C_1 - C_4 , не использованный в схеме четырехполюсника). Включить вольтметр к клеммам 2А-2Б. Установить на выходе ГС напряжение 1В. Изменяя частоту ГС, найти максимальное напряжение на конденсаторе, соответствующее резонансному режиму выходной цепи. Записать значение резонансной частоты f_p .

Для компьютерного моделирования собрать схему рис.4.6. Сигнал генератора ключом А подать на клемму 1А. Ключи В, К, С разомкнуть, установить $R_{\text{н}}=1$ Ом. Используя меню и кнопки Circuit-Schematic options-Show/Hide-Show nodes, ввести обозначения номеров узлов. В меню Analysis-AC исследовать АЧХ напряжения на конденсаторе нагрузки $C_{\text{н}}$ в частотном диапазоне 1кГц-15 кГц, найти резонансную частоту.

Дальнейшие измерения проводить на частоте f_p .

На резонансной частоте измерить и записать напряжение на

конденсаторе нагрузки U_2 и напряжение на измерительном сопротивлении $U_{И2}$. Рассчитать реактивное сопротивление конденсатора нагрузки X_{CH} . В компьютерной модели вместо $U_{И2}$ измерять ток амперметром $A2$.

Опыты холостого хода и короткого замыкания

2. Провести опыт прямого холостого хода. В схеме рис.4.4 с фазометром, осциллографом и вольтметром отключить конденсатор от выходных зажимов четырехполюсника, оставив разомкнутыми клеммы 2А-2Б. Между клеммами 1Б и б включить измерительный резистор $R_{И}$. Вольтметром измерить напряжения U_1 и $U_{И1}$. Фазометром или осциллографом измерить угол сдвига фаз между током I_1 и напряжением U_1 в режиме холостого хода.

В компьютерной схеме рис.4.6 ключом А подать сигнал на клемму 1А, ключи В, К, N разомкнуть, ток I_1 измерять амперметром A_1 . Фазу $\varphi_{ВХ}$ измерять Бодеплоттером.

Результаты измерений записать в таблицу 4.1 (прямой опыт ХХ1).

По этим данным можно подсчитать Z_{1X} :

$$I_1 = \frac{U_{И1}}{10}; Z_{ВХ} = \frac{U_1}{I_1}; R_{1X} = Z_{ВХ} \cdot \cos \varphi_{ВХ} - R_{И}; X_{1X} = Z_{ВХ} \cdot \sin \varphi_{ВХ}$$

$$Z_{1X} = \sqrt{R_{1X}^2 + X_{1X}^2}, \quad \varphi_{1X} = \arctg \frac{X_{1X}}{R_{1X}}, \quad \underline{Z}_{1X} = Z_{1X} \cdot e^{j\varphi_{1X}}.$$

3. Замкнуть клеммы **m-n**. Повторить измерения по п.2. Записать результаты в таблицу 4.1 (прямой опыт К31). Рассчитать $\underline{Z}_{1K}$.

4. В реальной схеме рис.4.4 поменять местами зажимы **a-b** и **m-n** четырехполюсника. В компьютерной схеме рис.4.5 ключом А подать сигнал на клемму 2А и вместо U_1 и I_1 измерять и записывать в таблицу показания вольтметра V2 и амперметра А2. Разомкнуть клеммы **a-b**. Повторить измерения по п.2. Записать результаты в Таблицу 4.1 (опыт обратного холостого хода ХХ2). Рассчитать $\underline{Z}_{2X}$.

5. Замкнуть клеммы **a-b**. В компьютерной модели замкнуть ключ В. Повторить измерения по п.2. Записать результаты в таблицу 1 (обратный опыт К32). Рассчитать $\underline{Z}_{2K}$.

Таблица 4.1

Наименование опыта	U_1	$U_{и1}$	φ	I_1	Z
Прямой опыт ХХ					$\underline{Z}_{1X} =$
Прямой опыт КЗ					$\underline{Z}_{1K} =$
Обратный опыт ХХ					$\underline{Z}_{2X} =$
Обратный опыт КЗ					$\underline{Z}_{2K} =$

6. По данным опытов 2-5 проверить выполнение соотношения:

$$\frac{\underline{Z}_{1K}}{\underline{Z}_{1X}} = \frac{\underline{Z}_{2K}}{\underline{Z}_{2X}}.$$

Испытание четырехполюсника под нагрузкой

7. В реальной схеме рис.4.4 соединить зажимы четырехполюсника **a-b** с клеммами 1А-1Б, зажим **m** соединить с клеммой 2А, зажим **n** соединить с клеммой 2Б через измерительный резистор $R_{и}$. Подключить к клеммам 2А-2Б нагрузку $R_{н2}$ и последовательно с ней конденсатор нагрузки C_H из п.1, соединив его с клеммой 2А. Ток I_2 в активной нагрузке $R_{н2}$ совпадает по фазе с напряжением U_2 и $\varphi_2 = 0$. Изменяя значение нагрузки от нуля до максимального значения, измерить 6-7 значений U_{20} , $U_{и2}$. Напряжение $U_2 = U_{20} - U_{и2}$.

В компьютерной схеме рис.4.5 ключом А подать сигнал на зажим 1А, напряжение в нагрузке U_2 измерять вольтметром V2, ток I_2 измерять амперметром А2.

Записать результаты в Таблицу 4.2. Вычислить значения активной мощности в нагрузке по формуле:

$$P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 = U_2 \cdot I_2.$$

Таблица 4.2

	$R_{н2}$	U_{20}	$U_{и2}$	U_2	I_2	P_2
СН ВКЛ	0					
	max					
СН ВЫКЛ	$R_{н2опт}$					

8. Установить оптимальное значение активной нагрузки R_{H2opt} , соответствующее максимальной активной мощности. Изменяя в небольших пределах частоту генератора, убедиться в снижении напряжения U_2 при отклонении частоты от резонансной и нарушении согласования реактивных сопротивлений.

9. Установить оптимальное значение нагрузки $R_{H2 opt}$, соответствующее максимальной активной мощности, и резонансную частоту. Закоротить конденсатор. Измерить U_2 , U_{H2} и вычислить мощность в несогласованной нагрузке.

Определение оптимального сопротивления комплексной нагрузки

10. По данным опытов 1 и 7 записать оптимальное сопротивление комплексной нагрузки:

$$\underline{Z}_{Hopt} = R_{H2opt} - jX_{CH}.$$

11. Используя результаты из Таблицы 1, проверить условие согласование комплексной нагрузки и измерительного сопротивления с четырехполюсником:

$$\underline{Z}_{Hopt} + R_{и} = \underline{Z}_{2K}^*$$

Исследование передаточной функции четырехполюсника

12. В реальной схеме рис. 4.3 входы 1 фазометра и осциллографа подключить к клемме 1А. Входы 2 подключить к клемме 2А. Измерительные сопротивления $R_{и}$ закоротить.

В компьютерной схеме рис.4.5 вход Бode-плоттера IN подключить к клемме 1А, выход Бode-плоттера OUT подключить к клемме 2А. Сигнал подать на клемму 1А.

К выходу четырехполюсника **m-n** подключить нагрузку R_{H2} без конденсатора. Изменяя сопротивление нагрузки от нуля до максимального значения, измерить напряжения на U_1 , U_2 и разность фаз φ . Провести измерения также для режима холостого хода, отключив сопротивление нагрузки. Вычислить комплексную передаточную функцию по напряжению: $\underline{K}_{21} = \frac{U_2}{U_1} \exp(j\varphi)$

Результаты записать в таблицу 4.3.

Таблица 4.3

R_{H2}	U_1	U_2	φ	K_{21}
0				
max				
Режим XX				

Домашнее задание

1. По данным таблицы 4.1 рассчитать коэффициенты формы A и заданной преподавателем формы уравнений четырехполюсника и сделать проверку правильности расчетов.

2. Используя A -параметры, рассчитать сопротивление нагрузки, при котором в ней выделяется наибольшая мощность. Сравнить с полученным экспериментально.

3. Построить графики зависимостей K_{21} и φ от величины сопротивления нагрузки R_{H2} .

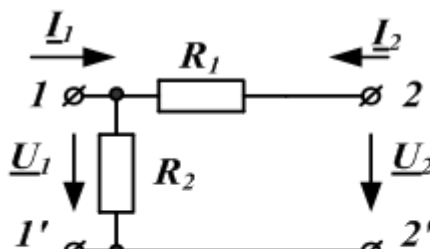
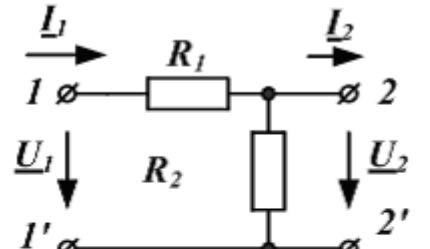
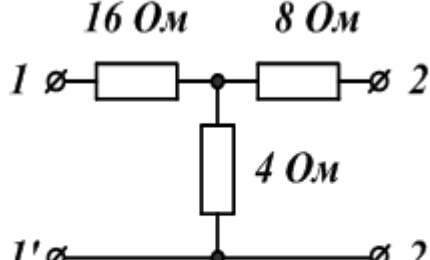
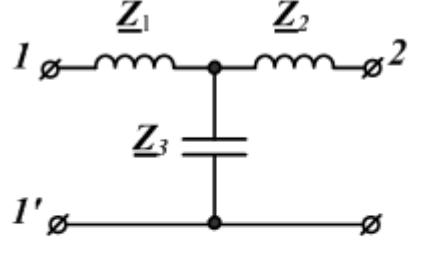
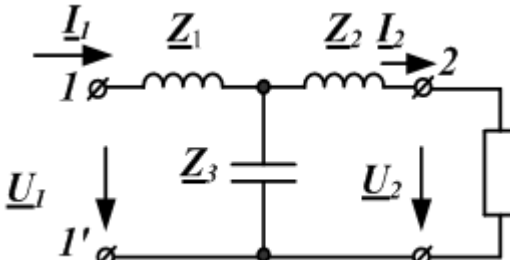
4. Используя A -параметры, рассчитать теоретические зависимости K_{21} и φ от величины сопротивления нагрузки R_{H2} . Построить графики и сравнить с экспериментом.

5. Используя A -параметры и результаты измерений п.9, рассчитать напряжение и ток на входе четырехполюсника. Сравнить с опытным значением.

6. Рассчитать и нарисовать Т и П -образные схемы замещения исследованного четырехполюсника.

7. Рассчитать характеристические сопротивления четырехполюсника и характеристическую постоянную передачи. Рассчитать напряжение и ток на выходе четырехполюсника в согласованном режиме, если на входе действует напряжение, заданное в экспериментах.

8. Решить простые задачи:

 Найти Y и A – параметры четырехполюсника, если $R_1=R_2=2\text{ Ом}$	 В четырехполюснике $U_2=10\text{В}$, $I_2=2\text{А}$, $R_1=R_2=2\text{ Ом}$. Найти U_1 и I_1.
 Рассчитать A-параметры.	 В четырехполюснике №4 $Z_1=4j\text{ Ом}$, $Z_2=3j\text{ Ом}$, $Z_3=-6j\text{ Ом}$. Вычислить A-параметры.
	Четырехполюсник №4 нагружен на согласованное сопротивление Z_{2c}. Входное напряжение $U_1=100\text{ В}$. Найти U_2, I_1, I_2.

Глава 5. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ФИЛЬТРЫ

5.1. Краткие теоретические сведения

Определения и классификация фильтров

Электрическим фильтром называется четырехполюсник, пропускающий без существенного ослабления колебания определённых частот и подавляющий колебания других частот.

Полоса частот, в которой затухание фильтра мало ($\alpha=0$), называется **полосой пропускания** или полосой прозрачности

Полоса частот, в которой затухание фильтра велико ($\alpha=\infty$), называется **полосой задерживания** или полосой подавления.

Классификация фильтров по полосе пропускания пока-

зана на рис.5.1. Области со штриховкой соответствуют полосе задерживания. Прозрачные области соответствуют полосе пропускания (прозрачности). Граничные частоты полосы пропускания и задерживания называют **частотами среза** и обозначают ω_{c1}, ω_{c2} .

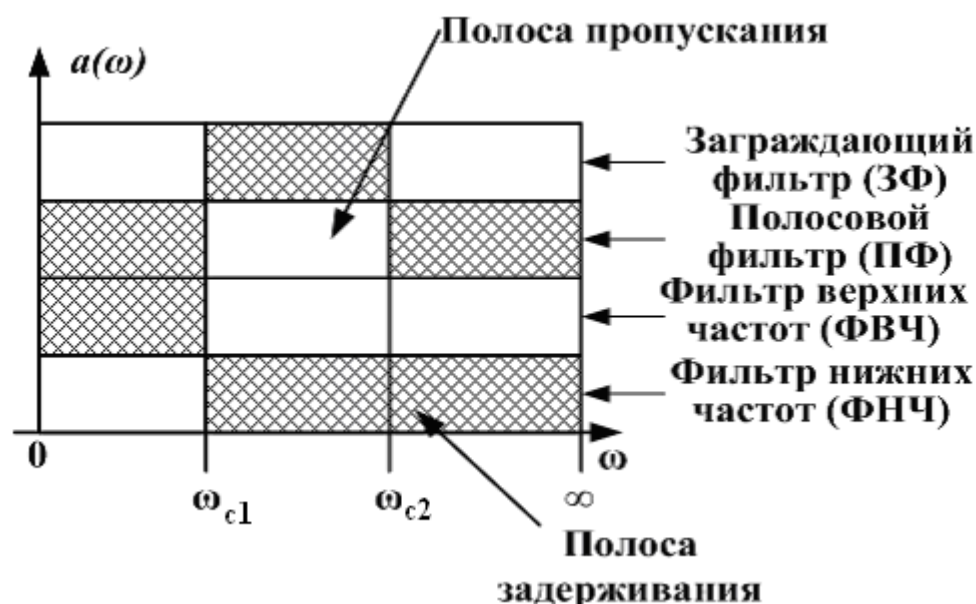


Рис.5.1. Классификация фильтров по полосе пропускания

Классификация фильтров по характеру звеньев показана на рис.5.2. Применяют *однозвенные фильтры*: Г-образные и симметричные Т-образные и П - образные.

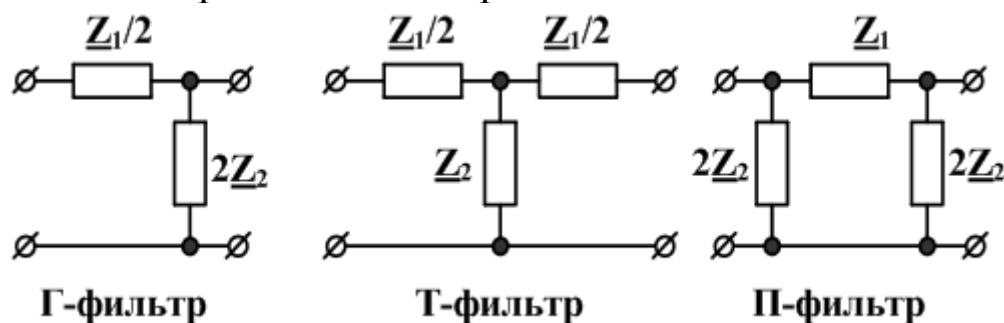


Рис.5.2. Однозвенные фильтры

Многозвенные фильтры получают каскадным согласованным соединением однозвенных.

По типу характеристик классифицируют:

- простейшие фильтры типа « k »;
- улучшенные фильтры типа « m »;
- фильтры Чебышева, Кауэра, Баттерворта и др.

По типам элементов классифицируют:

- реактивные LC -фильтры;
- безиндукционные RC – фильтры;
- активные фильтры, содержащие операционные усилители с RC -цепями обратной связи.
- пьезоэлектрические фильтры (кварцевые, керамические) и др.

Условие полосы пропускания реактивного фильтра

Рассмотрим работу симметричных реактивных фильтров в согласованном режиме, т.е. при нагрузке, равной характеристическому сопротивлению (рис.5.3).

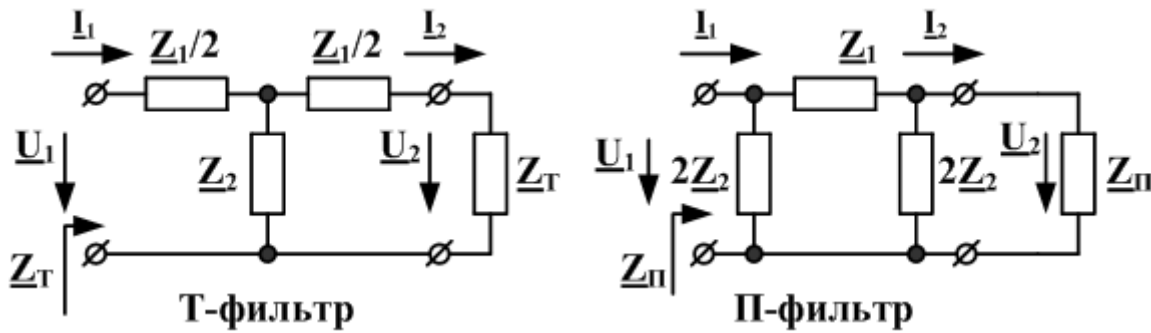


Рис.5.3. Согласованный режим работы фильтров

В согласованном режиме Т-фильтр нагружен на характеристическое сопротивление $\underline{Z}_Г$. При этом его входное сопротивление также равно $\underline{Z}_Г$. П – фильтр нагружен на характеристическое сопротивление $\underline{Z}_П$ и его входное сопротивление равно $\underline{Z}_П$.

В согласованном режиме для симметричных фильтров $\frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} = \frac{\underline{I}_1}{\underline{I}_2} = e^{\underline{g}} = e^a \cdot e^{jb}$. Напомним, что характеристическая постоянная передачи $\underline{g} = a + jb$, где a - характеристическое затухание, b - характеристическая фаза. Следовательно, частотные свойства фильтров однозначно определяются характеристической постоянной передачи $\underline{g}$. Причем, в схемах рис.5.3 реактивные сопротивления обозначены так, что при равных значениях $\underline{Z}_1$ и $\underline{Z}_2$ оба фильтра имеют одинаковые характеристические постоянные передачи и в согласованном режиме имеют одинаковые частотные свойства.

Характеристическая постоянная передачи связана с сопротивлениями Т и П - фильтров следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} ch(\underline{g}) &= \sqrt{\underline{A}_{11} \cdot \underline{A}_{22}} = 1 + \frac{\underline{Z}_1}{2\underline{Z}_2} \\ sh(\underline{g}) &= \sqrt{\underline{A}_{12} \cdot \underline{A}_{21}} = \sqrt{\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} \cdot \left(1 + \frac{\underline{Z}_1}{2\underline{Z}_2}\right)} \end{aligned} \quad (5.1)$$

В полосе пропускания $a = 0$. Для этого должно выполняться следующее **условие полосы пропускания**:

$$-1 \leq \frac{\underline{Z}_1}{4\underline{Z}_2} \leq 0 \quad (5.2)$$

Из этого условия следует, что в полосе пропускания $\underline{Z}_1$ и $\underline{Z}_2$ имеют разные знаки, а по модулю $|\underline{Z}_1| \leq |4\underline{Z}_2|$.

Частоты среза фильтров рассчитывают по условию (5.2), преобразовав его в два равенства: $\underline{Z}_1 = -4\underline{Z}_2$, $\frac{\underline{Z}_1}{4\underline{Z}_2} = 0$.

Уравнения частотных характеристик Т и П фильтров

Фильтрующие свойства определяются зависимостью от частоты характеристического затухания $a(\omega) = \ln\left(\frac{U_1}{U_2}\right)$ и характеристической фазы $b(\omega) = \varphi_{U_1} - \varphi_{U_2}$.

Уравнения частотных характеристик записывают по отдельности для полосы пропускания и полосы задерживания.

В полосе пропускания:

$$a = 0, \quad b(\omega) = \arccos\left(1 + \frac{\underline{Z}_1}{2\underline{Z}_2}\right) \quad (5.3)$$

В полосе задерживания:

$$\begin{aligned} a(\omega) &= \text{Arch} \left| 1 + \frac{\underline{Z}_1}{2\underline{Z}_2} \right|, \\ b &= 0, \text{ если } 1 + \frac{\underline{Z}_1}{2\underline{Z}_2} > 0, \quad b = \pi, \text{ если } 1 + \frac{\underline{Z}_1}{2\underline{Z}_2} < 0 \end{aligned} \quad (5.4)$$

Характеристические сопротивления Т и П – образных фильтров

$$\text{Для Т-образных фильтров } \underline{Z}_T = \sqrt{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2 \cdot \left(1 + \frac{\underline{Z}_1}{4\underline{Z}_2}\right)} \quad (5.5)$$

$$\text{Для П – образных фильтров } \underline{Z}_\Pi = \sqrt{\frac{\underline{Z}_1 \cdot \underline{Z}_2}{1 + \frac{\underline{Z}_1}{4\underline{Z}_2}}} \quad (5.6)$$

В полосе пропускания характеристические сопротивления активные, а в полосе задерживания становятся реактивными. Для согласования фильтра с нагрузкой сопротивление нагрузки требуется менять в соответствии с формулами (5.5) или (5.6), что трудно выполнимо на практике. Как правило, сопротивление нагрузки выбирают активным как в полосе пропускания.

Уравнения частотных характеристик Г-образных фильтров

Симметричные Т и П- образные фильтры (рис.5.2) могут быть созданы каскадным согласованным соединением двух Г-образных фильтров. Поэтому при изменении частоты характеристическое затухание Г – образного фильтра меняется как $\frac{a(\omega)}{2}$,

характеристическая фаза меняется как $\frac{b(\omega)}{2}$. Полоса пропускания

Г – образного фильтра совпадает с полосой пропускания Т и П – образных фильтров. Г – образный фильтр со стороны Т – входа имеет характеристическое сопротивление $\underline{Z}_T$, а со стороны П – входа имеет характеристическое сопротивление $\underline{Z}_\Pi$.

Реактивные фильтры типа «k»

Фильтром типа «k» – называются такой, у которого в продольную и поперечную ветвь включены взаимнообратные реактивные сопротивления и их произведение на любой частоте равно постоянной положительной величине k^2 .

Схемы Г-образных звеньев типа «k» показаны на рис. 5.4.

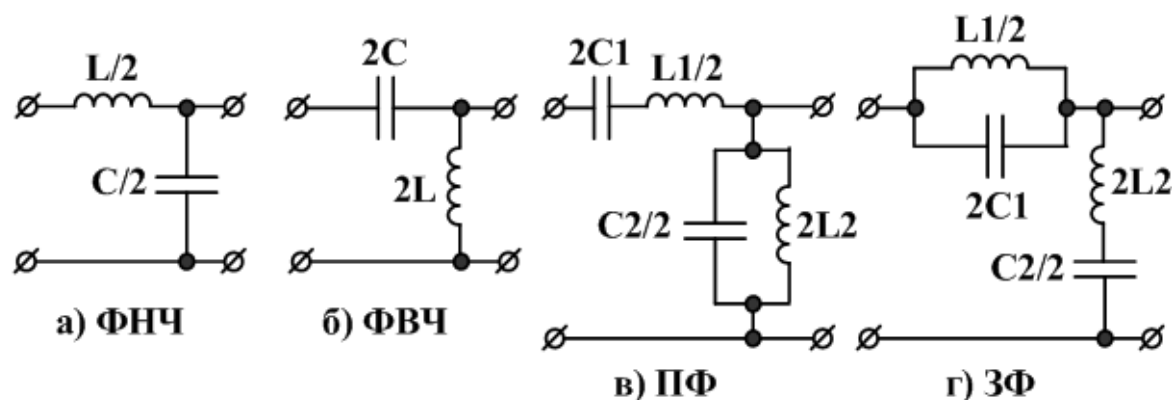


Рис. 5.4. Схемы Г –образных фильтров типа «k»

Основные расчетные формулы даны в таблице 5.1.

В таблице $n = \sqrt{L_2/L_1}$, ω_{c1} и ω_{c2} граничные частоты полосы пропускания, k – параметр фильтра.

Таблица 5.1

	ФНЧ	ФВЧ	ПФ	ЗФ
ω_{c1}	0	$1/2\sqrt{LC}$	$\frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}(\sqrt{n^2 + 1} - n)$	$\frac{1}{4\sqrt{L_2 C_1}}(\sqrt{16n^2 + 1} - 1)$
ω_{c2}	$2/\sqrt{LC}$	∞	$\frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}(\sqrt{n^2 + 1} + n)$	$\frac{1}{4\sqrt{L_2 C_1}}(\sqrt{16n^2 + 1} + 1)$
k	$\sqrt{L/C}$	$\sqrt{L/C}$	$\sqrt{\frac{L_1}{C_2}} = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$	$\sqrt{\frac{L_1}{C_2}} = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}}$

Для полосовых и заграждающих фильтров типа «k» должно выполняться условие:

$$L_1 \cdot C_1 = L_2 \cdot C_2 \quad (5.7)$$

При этом ω_0 - резонансная частота продольной и поперечной ветвей.

Симметричные Т-образные и П -образные фильтры типа «k» получают каскадным соединением Г-образных звеньев, показанных на рис.5.4. Нагрузка фильтра должна быть согласована и равна характеристическому сопротивлению. Для такого согласованного режима уравнения частотных характеристик фильтров типа «k» представлены в таблице 5.2.

Таблица 5.2

	$a(\omega)$		$b(\omega)$	
	ПП	Полоса задерживания (ПЗ)	Полоса пропускная (ПП)	ПЗ
ФНЧ	0	$Arch\left 1-2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right $	$\arccos\left(1-2\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2\right)$	π
ФВЧ	0	$Arch\left 1-2\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2\right $	$-\arccos\left(1-2\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2\right)$	$-\pi$
ПФ	0	$Arch\left 1-\frac{C_2}{2C_1}\cdot\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2\right $	$\arccos\left(1-\frac{C_2}{2C_1}\cdot\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2\right)$	$\pm\pi$
ЗФ	0	$Arch\left 1-\frac{C_2}{2C_1\cdot\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}\right $	$\arccos\left(1-\frac{C_2}{2C_1\cdot\left(\frac{\omega}{\omega_0}-\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}\right)$	$\pm\pi$

Для примера на рис.5.5 показаны графики $a(\omega)$ и $b(\omega)$ для симметричных Т и П – образных ФНЧ.

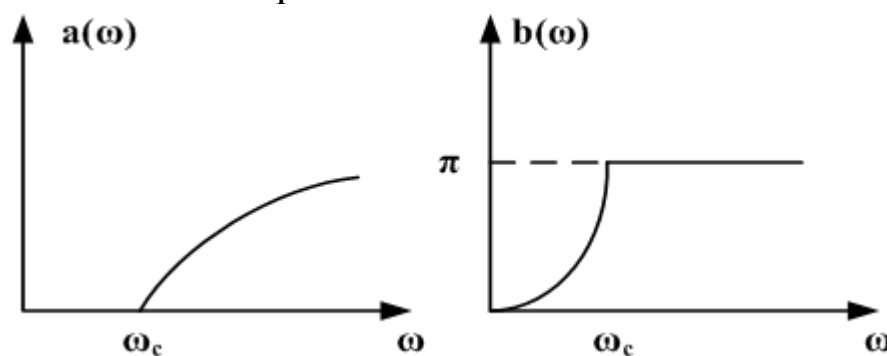


Рис. 5.5. Графики характеристического затухания и характеристической фазы ФНЧ

Характеристические сопротивления фильтров типа « k » рассчитывают по формулам:

$$\text{ФНЧ:} \quad \underline{Z}_T = k \sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2}, \quad \underline{Z}_\Pi = \frac{k}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2}};$$

$$\text{ФВЧ:} \quad \underline{Z}_T = k \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega} \right)^2}, \quad \underline{Z}_\Pi = \frac{k}{\sqrt{1 - \left(\frac{\omega_c}{\omega} \right)^2}};$$

$$\text{ПФ:} \quad \underline{Z}_T = k \cdot \sqrt{1 - \frac{C_2}{4C_1} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}, \quad \underline{Z}_\Pi = \frac{k}{\sqrt{1 - \frac{C_2}{4C_1} \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}};$$

$$\text{ЗФ:} \quad \underline{Z}_T = k \cdot \sqrt{1 - \frac{C_2}{4C_1 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}, \quad \underline{Z}_\Pi = \frac{k}{\sqrt{1 - \frac{C_2}{4C_1 \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}}}.$$

На рис.5.6 построены графики Z_T и Z_Π для ФНЧ и ФВЧ.

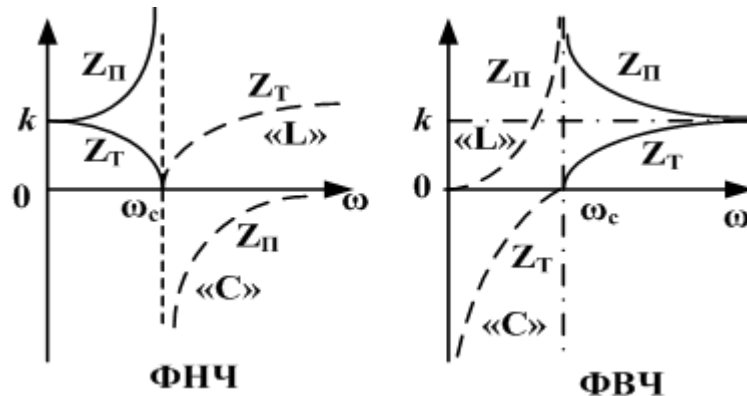


Рис.5.6. Графики характеристических сопротивлений Z_T и Z_Π

Как видно, характеристические сопротивления сильно зависят от частоты и согласование фильтра с нагрузкой во всем частотном диапазоне затруднительно. При расчете фильтров нагрузку обычно выбирают равной параметру фильтра « k ».

При согласованной нагрузке комплексная частотная характеристика или частотный коэффициент передачи $\underline{K}(j\omega)$ фильтра как симметричного четырехполюсника с постоянной передачи $\underline{g} = a + jb$ определяется выражением:

$$\underline{K}(j\omega) = K(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = e^{-\underline{g}} = e^{-a} \cdot e^{-jb} \quad (5.8)$$

Здесь $K(\omega)$ – амплитудно-частотная характеристика (АЧХ); $\varphi(\omega)$ – фазо-частотная характеристика (ФЧХ); a – коэффициент затухания; b – фазовый коэффициент, $b = -\varphi(\omega)$.

Из формулы (5.8) получим выражение для расчета $a(\omega)$:

$$a(\omega) = -\ln(K(\omega)) \quad (5.9)$$

Расчет в Mathcad АЧХ фильтра

Для выяснения влияния сопротивления нагрузки на форму АЧХ выполним расчет схемы ФНЧ рис.5.7, используя Mathcad.

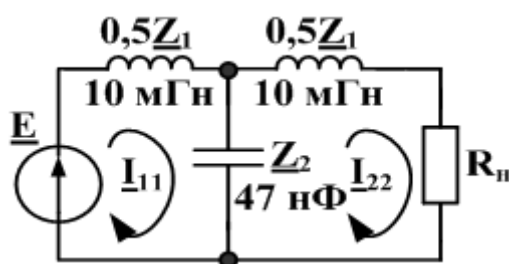


Рис. 5.7. Схема ФНЧ

Методом контурных токов несложно получить следующее выражение для АЧХ в схеме рис.5.7:

$$K_U(\omega) = \left| \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} \right| = \left| \frac{\underline{Z}_2 \cdot R_H}{(0,5\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2)(0,5\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 + R_H) - \underline{Z}_2^2} \right| \quad (5.10)$$

Как видно из графиков рис.5.8 и рис.5.9 при согласованной нагрузке ($R=326$ Ом, сплошные линии) в полосе пропускания АЧХ наиболее близка к 1, а коэффициент затухания наиболее

близок к нулю. Выше частоты среза $f_c=14680$ Гц коэффициент затухания $a(f)$ возрастает.

Исходные данные

$$i := \sqrt{-1} \quad L := 10^{-2} \quad \text{Гн} \quad C := 47 \cdot 10^{-9} \quad \text{Ф}$$

$$f := 1000, 2000 \dots 30000 \quad n := 1$$

$$Z1(f) := i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L \quad Z2(f) := -i \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C} \quad k := \sqrt{\frac{0.5 \cdot L}{C}}$$

$$k = 326.164$$

$$f_c := \frac{1}{\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \quad f_c = 1.468 \times 10^4 \quad \text{Гц}$$

$$\text{ORIGIN} := 1$$

$$n := 1 \dots 4 \quad R := (200 \quad 300 \quad 326 \quad 400)$$

$$KF(f, n) := \left| \frac{Z2(f) \cdot R_{1,n}}{(0.5 \cdot Z1(f) + Z2(f)) \cdot (0.5 \cdot Z1(f) + Z2(f) + R_{1,n}) - Z2(f)^2} \right|$$

$$a(f, n) := -\ln(KF(f, n))$$

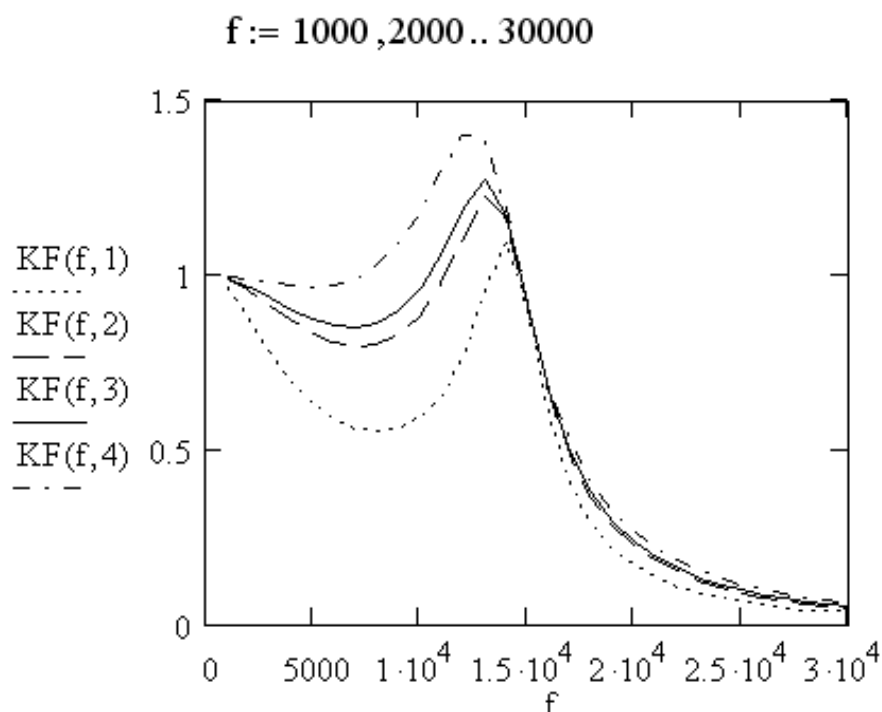


Рис.5.8. Графики АЧХ при $R_{\text{н}}$, равном 200 Ом (1), 300 Ом (2), 326 Ом (3), 400 Ом (4)

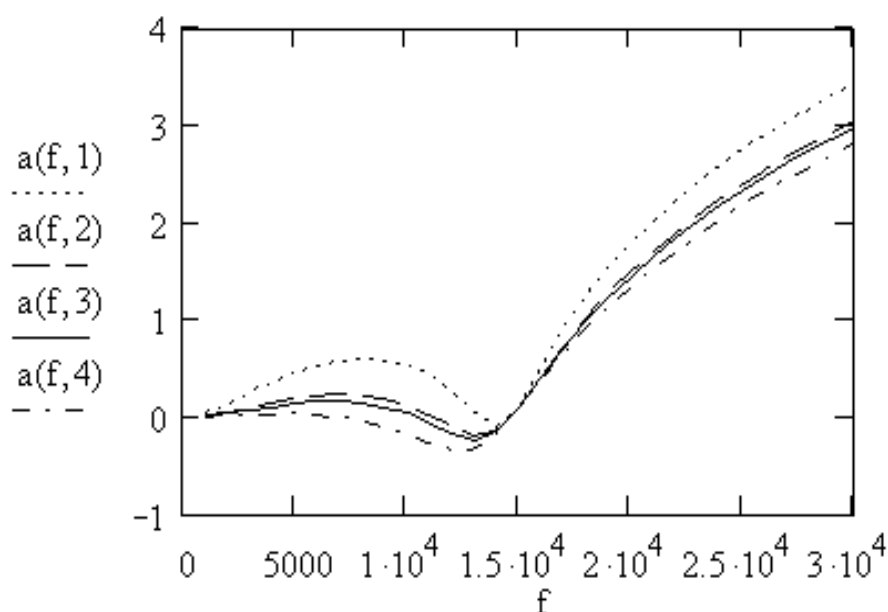


Рис.5.9. Графики коэффициента затухания при R_n , равном 200 Ом (1), 300 Ом (2), 326 Ом (3), 400 Ом (4)

5.2. Вопросы для самопроверки и задания для подготовки к лабораторной работе

1. Что такое полоса пропускания и полоса задерживания реактивного фильтра?
2. Классификация реактивных фильтров по полосе пропускания.
3. Нарисуйте схемы типовых однозвенных реактивных фильтров (Г, Т и П - образных).
4. Условие полосы пропускания реактивного фильтра.
5. Как рассчитать частоты среза реактивного фильтра?
6. Схемы, расчетные формулы и характеристики ФНЧ типа "k".
7. Схемы, расчетные формулы и характеристики ФВЧ типа "k".
8. Схемы, расчетные формулы и характеристики ПФ типа "k".
9. Схемы, расчетные формулы и характеристики ЗФ типа "k".
10. Как влияет несогласованность нагрузки на АЧХ и коэффициент затухания ФНЧ?
11. Прочитайте весь текст лабораторной работы, подготовьте в тетради для лабораторных работ протокол с таблицей для результатов измерений.

5.3. Лабораторная работа N5

Исследование электрических фильтров типа «k»

Цель работы. В работе исследуются фильтрующие свойства и частотные характеристики фильтров типа "k".

Описание схемы измерений

Схема измерений на МЭЛ показана на рис. 5.10. Источником сигнала служит генератор сигналов. Напряжение синусоидального сигнала надо установить равным 1 В и поддерживать постоянным. Частоту генератора изменять в пределах от 50 Гц до 20 кГц. Нагрузкой фильтра является переменный резистор $R_{н2}$. Напряжение на входе и выходе измеряется вольтметром, разность фаз измеряется фазометром или осциллографом.

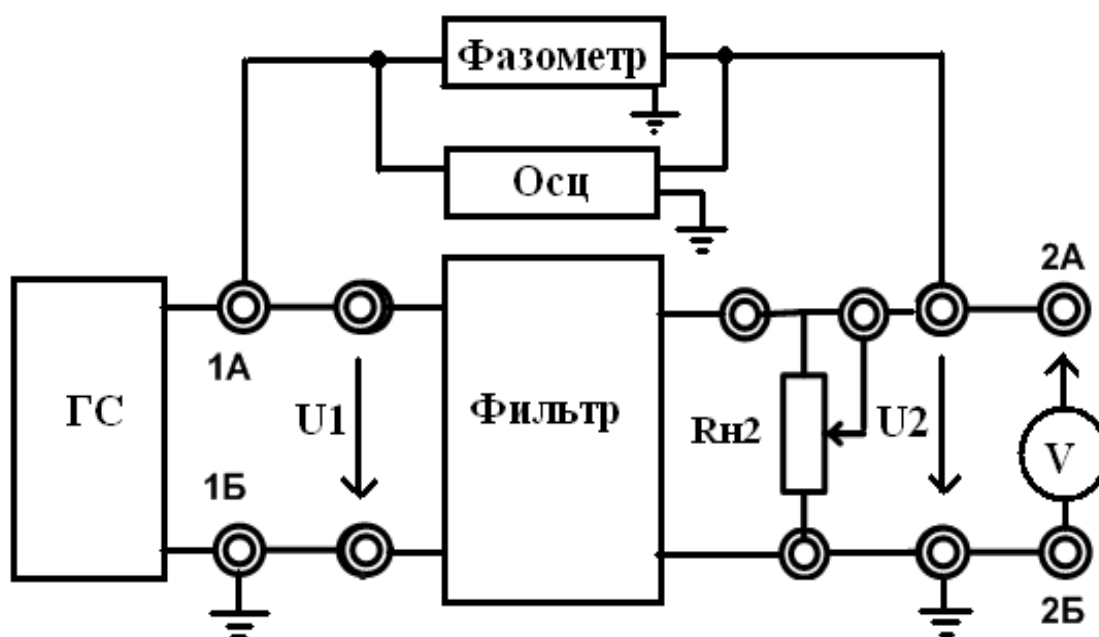


Рис.5.10. Схема измерений на МЭЛ-2

Фильтры собираются из индуктивностей и емкостей, расположенных на второй панели МЭЛ (рис.5.11). Номиналы элементов следующие: $L_1 = 10$ мГн, $L_2 = 6,8$ мГн, $L_3 = 10$ мГн, $L_4 = 4,7$ мГн; $C_1 = 47$ нФ, $C_2 = 69$ нФ, $C_3 = 47$ нФ, $C_4 = 69$ нФ. Номинальное значение переменного резистора $R_{н2} = 2$ кОм.

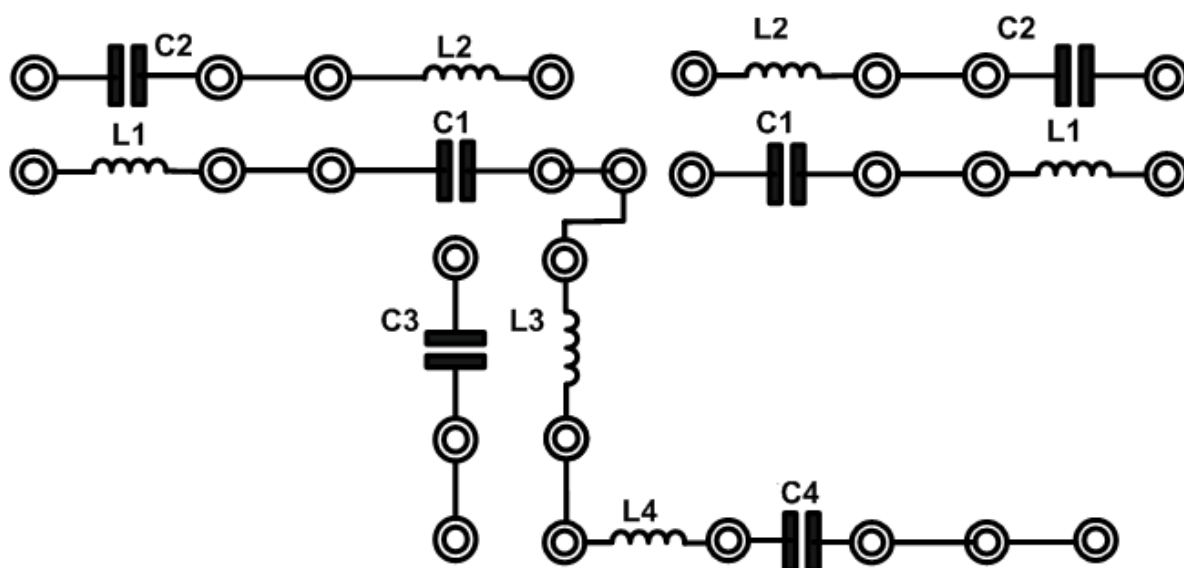


Рис. 5.11. Реактивные элементы для сборки фильтров

Схема для компьютерного моделирования фильтров показана на рис.5.12.

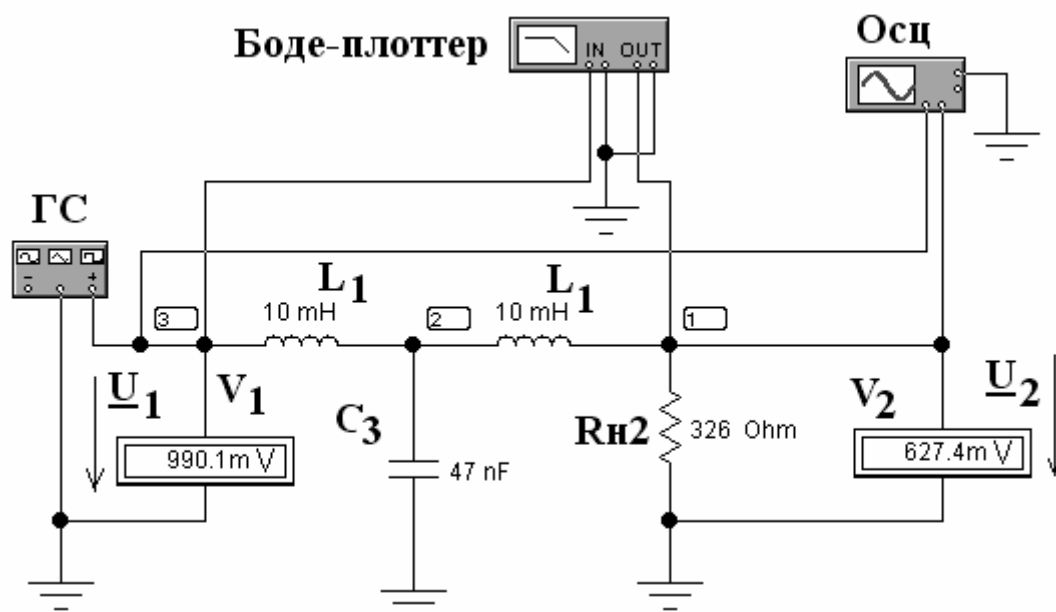


Рис.5.12. Схема компьютерного моделирования фильтров

При компьютерном моделировании заданный фильтр надо включить между узлами 3 и 2. Напряжения на входе и выходе измеряют вольтметрами V1 и V2 в режиме измерения переменного напряжения (АС). Входной сигнал подают с функционального генератора. Форму и амплитуду сигнала контролируют ос-

циллографом. Разность фаз измеряют Бode-плоттером. Методика измерения была описана в главе 2. Пределы изменения фазы следует установить от $+360^\circ$ до -360° . Масштабы по вертикальной и горизонтальной оси линейные. Панель Бode-плоттера на частоте 5 кГц показана на рис.5.13.

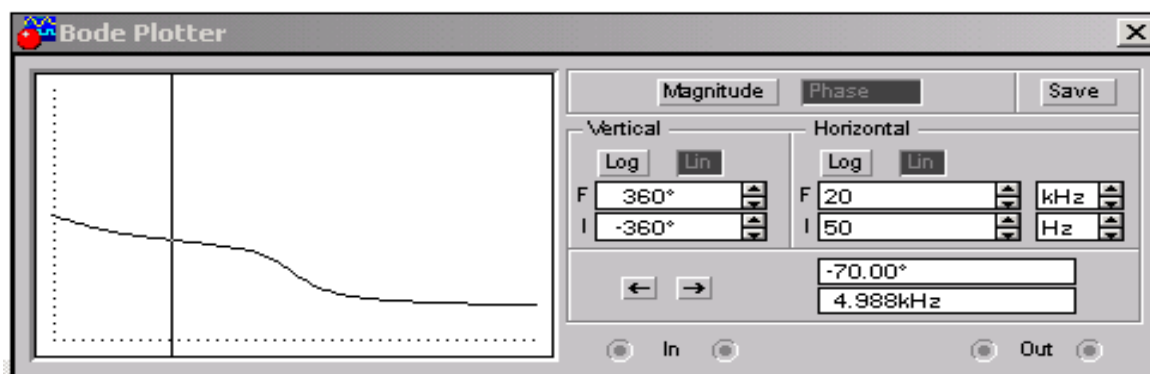


Рис. 5.13. Панель Бode-плоттера при измерении разности фаз на частоте 5 кГц

Для просмотра формы АЧХ и ФЧХ можно использовать режим "AC Frequency Analysis" как было описано в главе 2.

Лабораторное задание

Часть 1. Исследование амплитудно-частотных и фазо-частотных характеристик фильтров

1. Используя заданные преподавателем типы фильтров (Т, П, или Г-образные) и номиналы индуктивностей и емкостей, собрать фильтр нижних частот. Рассчитать сопротивление согласованной нагрузки и установить это значение на переменном резисторе $R_{н2}$, измеряя сопротивление мультиметром.

2. Снять амплитудно-частотные и фазо-частотные характеристики при согласованной нагрузке. Результаты измерений записать в таблицу 5.1.

3. Увеличить значение сопротивления нагрузки в два раза. Повторить измерения по п.2.

4. Собрать схему фильтра высоких частот. Рассчитать и установить сопротивление согласованной нагрузки. Повторить исследования по п. 2.

Таблица 5.1

	f , кГц	0,05	0,5	1		20
ФНЧ	U_1					
	U_2					
	φ					
ФВЧ						
ПФ						
ЗФ						

5. Собрать схему полосового фильтра. Рассчитать и установить сопротивление согласованной нагрузки. Повторить исследования по п. 2.

6. Собрать схему заграждающего фильтра. Рассчитать и установить сопротивление согласованной нагрузки. Повторить исследования по п. 2.

Часть 2. Исследование прохождения импульсных сигналов через фильтры.

7. Собрать повторно схему исследованного ФНЧ. По измеренной АЧХ определить частоту среза. Подать на вход фильтра сигнал прямоугольной формы с частотой повторения, равной $0,1f_c$. Наблюдать на осциллографе и зарисовать форму сигналов на входе и выходе фильтра.

8. Установить частоту повторения равной $2f_c$. Зарисовать осциллограммы сигналов на входе и выходе фильтра.

9. Исследовать прохождение прямоугольного сигнала через фильтр высоких частот на частотах повторения $0,1 f_c$ и $2f_c$.

Домашнее задание

1. Начертить принципиальные схемы ФВЧ, ФНЧ, ПФ и ЗФ.

2. Построить графики экспериментальных АЧХ и ФЧХ фильтров, а также зависимости затухания $a(\omega) = -\ln \left| \frac{U_2}{U_1} \right| = -\ln K(\omega)$ и коэффициента фазы, $b(\omega) = -\varphi(\omega)$.

3. Рассчитать и построить для заданных элементов фильтров

теоретические зависимости $a(\omega)$, $b(\omega)$ и сравнить их с экспериментальными. Объяснить расхождение результатов.

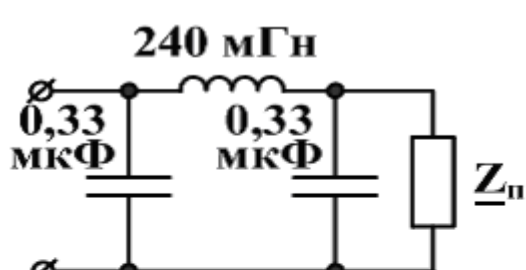
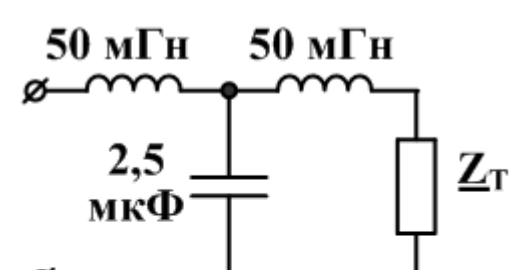
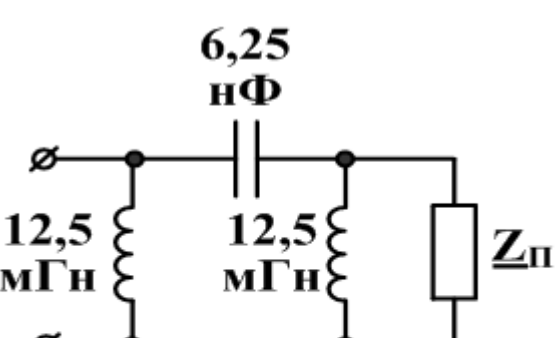
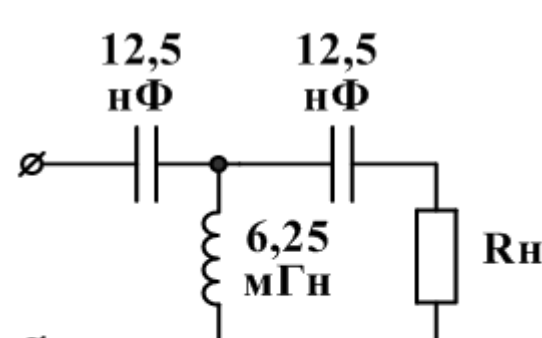
4. Для всех фильтров построить теоретические зависимости $Z_{ст}(\omega)$ и $Z_{сп}(\omega)$ от частоты.

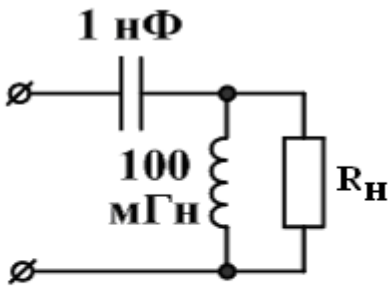
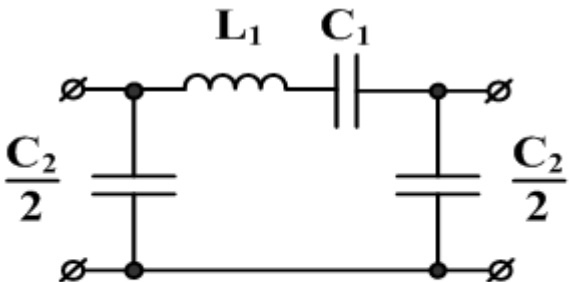
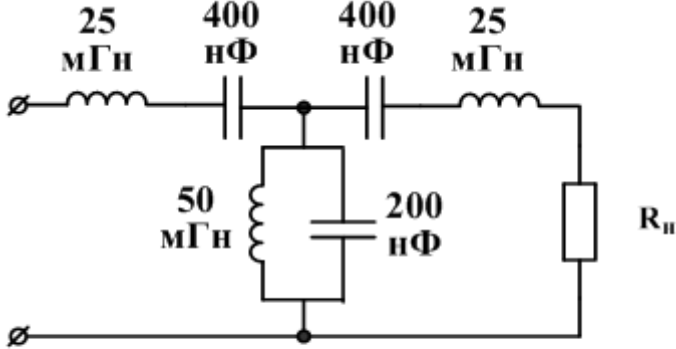
5. Используя спектральный анализ, объяснить изменение формы прямоугольных импульсов при прохождении через фильтры.

6. Сформулировать и записать выводы по результатам экспериментов и расчетов.

7. Решить 7 простых задач по фильтрам.

Простые задачи

 Найти сопротивление нагрузки, частоту среза, построить графики $a(\omega)$, $b(\omega)$.	 Найти частоту среза, рассчитать a, b, $Z_{т}$ на частоте $2,4 \cdot 10^3$ 1/с.
 Рассчитать a, b, $Z_{п}$ на частоте 10^5 1/с	 Найти $R_{н}$ и частоту среза

 Найти сопротивление нагрузки и частоту среза фильтра.	 Найти граничные частоты фильтра, если $L_1=10$ мГн, $C_1=C_2=25$ мкФ
 Найти сопротивление нагрузки и полосу пропускания фильтра.	

Глава 6. ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЦЕПЯХ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

6.1. Краткое теоретическое введение

Переходным процессом называется неустановившийся, нестационарный процесс, возникший при переходе из одного режима работы к другому. Всякие изменения и переключения в схеме называют коммутацией. В схеме рис.6.1 в момент $t=0$ происходит коммутация (в данном случае замыкание ключа). Режим работы цепи изменяется и возникает переходный процесс.

Считается, что коммутация происходит мгновенно в момент времени $t=0$. Момент времени, предшествующий комму-

тации, обозначен $t = 0_-$. Момент времени, следующий сразу после коммутации, обозначен $t = 0_+$. Примем следующие значения параметров цепи: $E = 120 \text{ В}$, $L = 10 \text{ мГн}$, $C = 68 \text{ нФ}$, $R_1 = R_2 = 1 \text{ кОм}$.

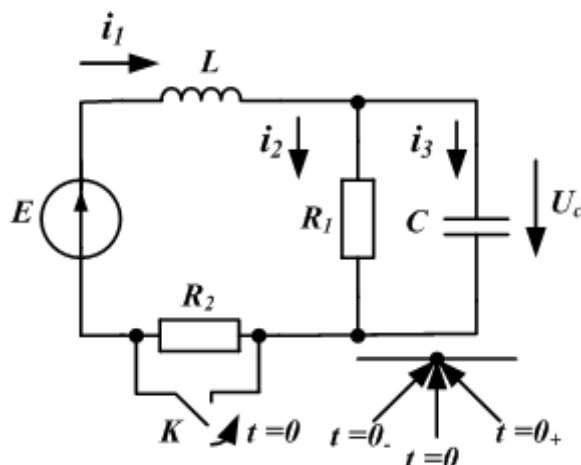


Рис.6.1. Схема цепи с коммутирующим ключом K

До коммутации в момент $t = 0_-$ ток в индуктивности $i_1(0_-) = \frac{E}{R_1 + R_2}$. В индуктивности накоплена магнитная энергия $W_M(0_-) = \frac{L \cdot i_1^2(0_-)}{2}$. Энергия не может измениться мгновенно,

так как мощность всегда ограничена ($P(t) = \frac{dW}{dt} \neq \infty$). Поэтому в электрических цепях с постоянной индуктивностью действует

Первый закон коммутации:

Ток в индуктивности до коммутации равен току в индуктивности в начальный момент после коммутации:

$$i_L(0_-) = i_L(0_+).$$

До коммутации в момент $t = 0_-$ напряжение на емкости $u_C(0_-) = \frac{E \cdot R_1}{R_1 + R_2}$. На емкости накоплена электрическая энергия $W_E(0_-) = \frac{C \cdot u_C^2(0_-)}{2}$. Электрическая энергия также не может

изменяться мгновенно. Поэтому в электрической цепи с постоянной емкостью действует

Второй закон коммутации:

Напряжение на емкости до коммутации равно напряжению на емкости в начальный момент после коммутации:

$$u_C(0_-) = u_C(0_+).$$

Расчет переходных процессов основан на использовании первого и второго закона коммутации.

Переходные процессы в линейных электрических цепях описываются линейными дифференциальными уравнениями. Для цепи, показанной на рис.6.1 систему дифференциальных уравнений составим по законам Кирхгофа:

$$i_1 = i_2 + i_3 \quad (6.1) \quad i_2 = \frac{u_C}{R_1} \quad (6.2) \quad i_3 = C \frac{du_C}{dt} \quad (6.3)$$

$$L \frac{di_1}{dt} + u_C = E \quad (6.4)$$

Используя уравнения (6.1)-(6.3), преобразуем (6.4) к виду:

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{CR_1} \cdot \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC} u_C = \frac{E}{LC} \quad (6.5)$$

Получили линейное, однородное дифференциальное уравнение второго порядка. Расчет переходных процессов в линейной электрической цепи можно выполнить несколькими методами.

Классический метод расчета переходных процессов

В классическом методе переходное напряжение или ток ищут как сумму свободной и принужденной составляющей. Принужденную составляющую находят расчетом послекоммутационной цепи в установившемся принужденном режиме, когда после коммутации прошло много времени. Свободную составляющую ищут как общее решение однородного дифференциального уравнения при нулевом внешнем воздействии в виде:

$$u_{C\text{св}}(t) = A_1 \cdot e^{p_1 t} + A_2 \cdot e^{p_2 t} + \dots \quad (6.6)$$

где $p_1, p_2, \dots$ - корни характеристического уравнения, $A_1, A_2, \dots$

- неизвестные постоянные интегрирования. Число корней характеристического уравнения и число неизвестных постоянных интегрирования равно порядку цепи, который определяется числом независимых накопительных реактивных элементов.

Для линейных цепей первого порядка характеристическое уравнение имеет один корень и свободная составляющая переходного процесса выражается одной экспоненциальной функцией из (6.6):

$$u_{C_{св}}(t) = A_1 \cdot e^{p_1 t} \quad (6.7)$$

Постоянной времени цепи первого порядка называют $\tau = \frac{1}{|p_1|}$. При этом $u_{C_{св}}(t) = A_1 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Для линейных цепей второго порядка, которым соответствуют дифференциальные уравнения вида (6.5), характеристическое уравнение имеет следующий вид:

$$Z(p) = p^2 + 2\delta p + \omega_0^2 = 0 \quad (6.8)$$

Если $\delta > \omega_0$, корни характеристического уравнения отрицательные и разные. Переходный процесс описывается двумя затухающими экспонентами и называется аperiодическим.

Если $\delta < \omega_0$, корни характеристического уравнения будут комплексно-сопряженными с отрицательной действительной частью. Переходный процесс имеет вид затухающих колебаний и называется колебательным.

Применим классический метод для теоретического анализа переходных процессов, которые будут исследоваться экспериментально в лабораторной работе.

Электрические цепи при импульсных воздействиях

В лабораторной работе исследуется воздействие импульсного сигнала на электрические цепи первого и второго порядка.

На рис. 6.2 показана форма импульсного сигнала с амплитудой E . На рис. 6.3 показана эквивалентная схема подключения цепи с сопротивлением и емкостью (RC -цепи) к генератору импульсного сигнала.

В момент $t = 0$ ключ K подключает RC -цепь к источнику напряжения $E = 1B$ с внутренним сопротивлением $R_{вн}$ и емкостью

заряжается. В момент $t = \frac{T}{2}$ ключ K закорачивает RC -цепь и емкость разряжается. В момент $t = T$ RC -цепь снова подключается к источнику напряжения.

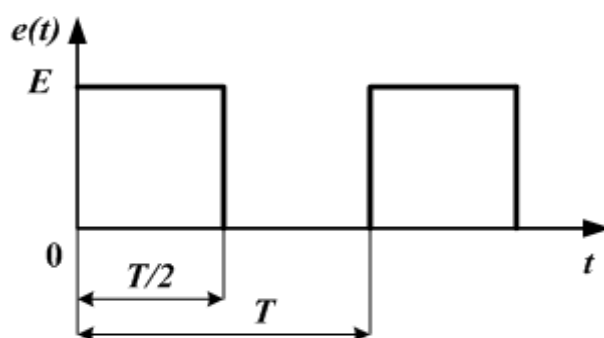


Рис. 6.2. Форма импульсного сигнала

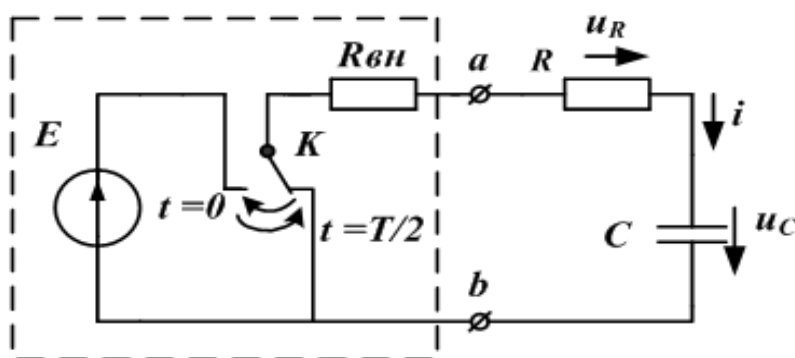


Рис. 6.3. Эквивалентная схема подключения RC -цепи к генератору

Переходные процессы в цепях первого и второго порядка проще рассчитывать для напряжения на емкости или для тока в индуктивности.

Расчет заряда емкости классическим методом

(первый интервал времени $0 < t \leq \frac{T}{2}$)

1. Расчет режима до коммутации: $u_C(0_-) = u_C(0_+) = 0$.
2. Расчет принужденного режима (считаем, что включенное напряжение E сохраняется бесконечно долго). При этом емкость должна зарядиться до величины E и, следовательно, $u_{Cпр} = E$.

3. Дифференциальное уравнение цепи на первом интервале:

$$i \cdot (R + R_{\text{вн}}) + u_C = (R + R_{\text{вн}})C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = E \quad (6.9)$$

4. Характеристическое уравнение:

$$(R + R_{\text{вн}})C \cdot p + 1 = 0, \quad p = -\frac{1}{(R + R_{\text{вн}})C}.$$

5. Свободная составляющая $u_{C\text{св}}(t) = A \cdot e^{pt}$.

Находим $A = u_{C\text{св}}(0_+) = u_C(0_+) - u_{C\text{нр}} = -E$.

Следовательно, $u_{C\text{св}}(t) = -E \cdot e^{-\frac{t}{(R+R_{\text{вн}})C}}$.

6. Полное напряжение на емкости

$$u_C(t) = u_{C\text{нр}} + u_{C\text{св}}(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{(R+R_{\text{вн}})C}}) \quad (6.10)$$

7. Полное напряжение на сопротивлении

$$u_R(t) = RC \cdot \frac{du_C}{dt} = \frac{E \cdot R}{R + R_{\text{вн}}} \cdot e^{-\frac{t}{(R+R_{\text{вн}})C}} \quad (6.11)$$

Расчет разряда емкости

(второй интервал $\frac{T}{2} < t \leq T$)

1. В момент $t = \frac{T}{2}$ $u_C(\frac{T}{2}-) = u_C(\frac{T}{2}+) = E(1 - e^{-\frac{T/2}{(R+R_{\text{вн}})C}})$.

2. В принужденном режиме $u_{C\text{нр}} = 0$ (считаем, что ключ закорачивает емкость бесконечно долго и емкость полностью разряжается).

3. Дифференциальное уравнение цепи на втором интервале:

$$(R + R_{\text{вн}})C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = 0.$$

4. Характеристическое уравнение в данной схеме не изменяется:

$$(R + R_{\text{вн}})C \cdot p + 1 = 0, \quad p = -\frac{1}{(R + R_{\text{вн}})C}.$$

5. Свободная составляющая напряжения на емкости:

$$u_{C\text{св}}(t) = B \cdot e^{pt} = u_{C\text{св}}\left(\frac{T}{2} +\right) \cdot e^{-\frac{t-T/2}{(R+R_{\text{вн}})C}} = E(1 - e^{-\frac{T/2}{(R+R_{\text{вн}})C}}) \cdot e^{-\frac{t-T/2}{(R+R_{\text{вн}})C}}.$$

6. Полное напряжение на емкости на втором интервале равно свободной составляющей, так как принужденная составляющая равна нулю:

$$u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{T/2}{(R+R_{\text{вн}})C}}) \cdot e^{-\frac{t-T/2}{(R+R_{\text{вн}})C}} \quad (6.12)$$

7. Напряжение на сопротивлении:

$$u_R(t) = RC \cdot \frac{du_C}{dt} = -\frac{E \cdot R}{R + R_{\text{вн}}} \cdot (1 - e^{-\frac{T/2}{(R+R_{\text{вн}})C}}) \cdot e^{-\frac{t-T/2}{(R+R_{\text{вн}})C}} \quad (6.13)$$

Расчет графиков переходных процессов в Mathcad

Рассчитаем, используя Mathcad, графики переходных процессов по формулам (6.10)-(6.13) для трех значений R (100 Ом, 500 Ом, 1000 Ом).

Исходные данные

$$E := 1 \text{ В} \quad R_{\text{вн}} := 10 \text{ Ом} \quad C := 68 \cdot 10^{-9} \text{ Ф} \quad T := 200 \cdot 10^{-6} \text{ с}$$

$$\text{ORIGIN} := 1$$

$$n := 1..3$$

$$R := (100 \quad 500 \quad 1000)$$

$$t := 0, 10^{-6} .. 2 \cdot 10^{-4}$$

На первом интервале

$$UC1(t, n) := E \cdot \left[1 - e^{-\frac{t}{(R_{\text{вн}} + R_{1,n})C}} \right]$$

$$UR1(t, n) := \frac{E \cdot R_{1,n}}{R_{\text{вн}} + R_{1,n}} \cdot e^{-\frac{t}{(R_{\text{вн}} + R_{1,n})C}}$$

На втором интервале

$$UC2(t,n) := E \cdot \left[1 - e^{\frac{-T}{(R_{BH}+R_{1,n})C}} \right] \cdot e^{\frac{-\left(t-\frac{T}{2}\right)}{(R_{BH}+R_{1,n})C}}$$

$$UR2(t,n) := -E \cdot \frac{R_{1,n}}{R_{BH} + R_{1,n}} \cdot \left[1 - e^{\frac{-T}{(R_{BH}+R_{1,n})C}} \right] \cdot e^{\frac{-\left(t-\frac{T}{2}\right)}{(R_{BH}+R_{1,n})C}}$$

Полное решение

$$UC(t,n) := \begin{cases} UC1(t,n) & \text{if } 0 < t \leq \frac{T}{2} \\ UC2(t,n) & \text{if } \frac{T}{2} < t \leq T \end{cases}$$

Графики напряжения на емкости

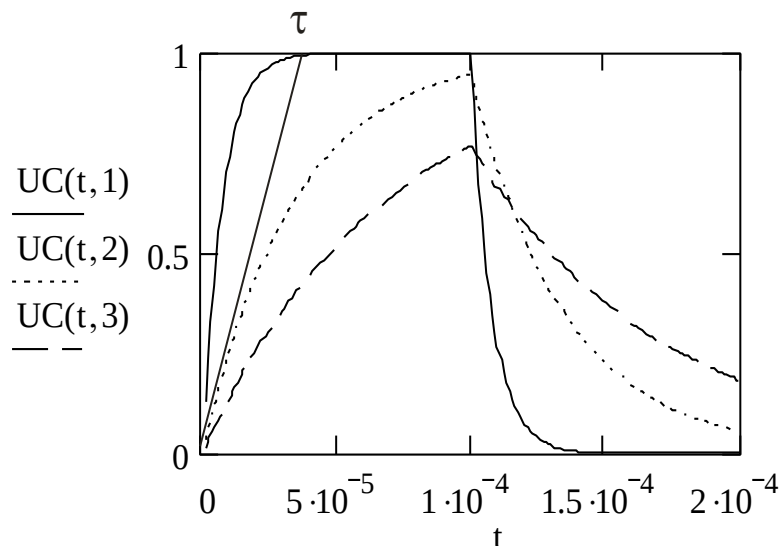


Рис.6.4. Графики напряжения на емкости для значений $R=100 \text{ Ом}$ (1), 500 Ом (2) и 1000 Ом (3)

Как показывают графики при $R=100 \text{ Ом}$ переходной процесс в первом периоде импульсного сигнала заканчивается за время

$t \leq \frac{T}{2}$ при включении источника напряжения и закорачивании цепи. При сопротивлении $R=500$ Ом и более переходный процесс не заканчивается за время $t = \frac{T}{2}$ и в следующих периодах надо учитывать не равное нулю напряжение на емкости $u_C(T)$.

На рис. 6.4 проведена касательная к графику $u_C(t)$ для $R=500$ Ом. Касательная отсекает на линии принужденного режима ($u_{Cnp} = E = 1$ В) отрезок равный постоянной времени заряда емкости $\tau_3 = (R + R_{вн}) \cdot C \approx 510 \cdot 68 \cdot 10^{-9} \approx 35$ мкс.

$$UR(t, n) := \begin{cases} UR1(t, n) & \text{if } 0 < t \leq \frac{T}{2} \\ UR2(t, n) & \text{if } \frac{T}{2} < t \leq T \end{cases}$$

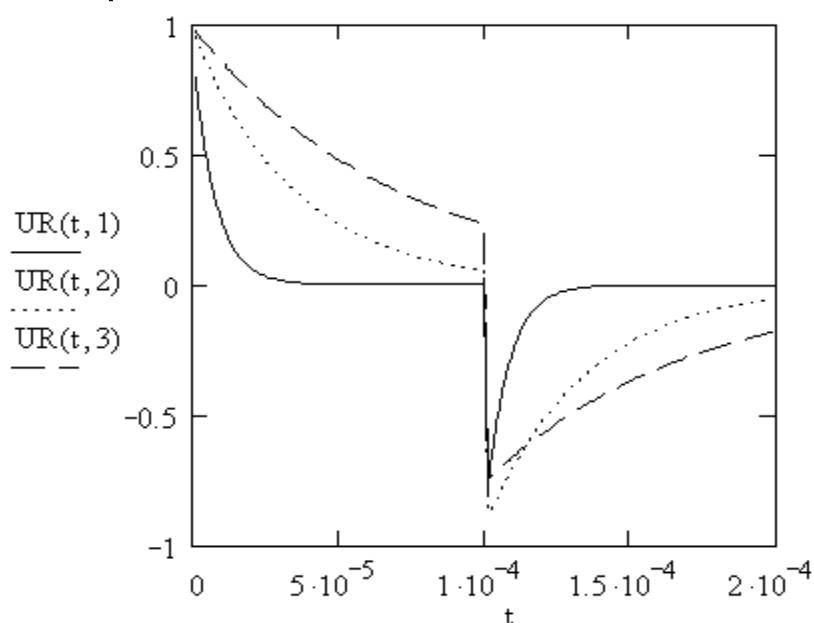


Рис.6.5. Графики напряжения на сопротивлении для значений $R=100$ Ом (1), 500 Ом (2) и 1000 Ом (3)

Этот метод используется для экспериментального определения постоянных времени в цепях первого порядка. Аналогично с помощью касательной по графику переходного процесса можно найти постоянную времени разряда емкости τ_p .

Для RL – цепи, состоящей из последовательного соединения

индуктивности и сопротивления $(R + R_{\text{вн}})$, постоянная времени

$$\tau = \frac{L}{R + R_{\text{вн}}}.$$

Переходный процесс разряда конденсатора при последовательном соединении индуктивности, конденсатора и активного сопротивления (цепь второго порядка)

Дифференциальному уравнению $u_c + iR + L \frac{di}{dt} = 0$ электрической цепи второго порядка (рис.6.6) соответствует характеристическое уравнение:

$$p^2 + \frac{R}{L}p + \frac{1}{LC} = 0 \quad (6.14)$$

Характер переходного процесса зависит от значения корней уравнения (6.14): $p_{1,2} = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}$. При этом возможны три случая.

1. При $\frac{R^2}{4L^2} > \frac{1}{LC}$, т.е. при добротности контура $Q = \frac{\sqrt{L/C}}{R} < 0.5$, разряд в цепи имеет апериодический характер:
 $u_c = A_1 e^{p_1 t} + A_2 e^{p_2 t}$; $i = C(p_1 A_1 e^{p_1 t} + p_2 A_2 e^{p_2 t})$.

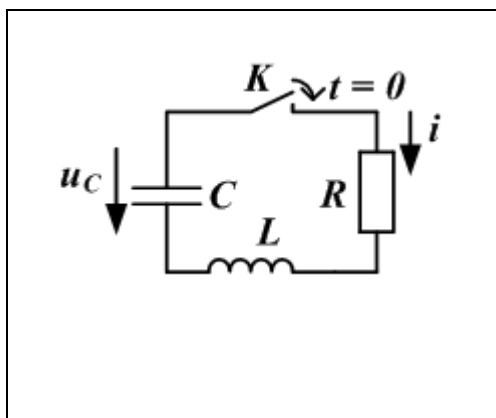


Рис.6.6. Разряд емкости в RLC – цепи

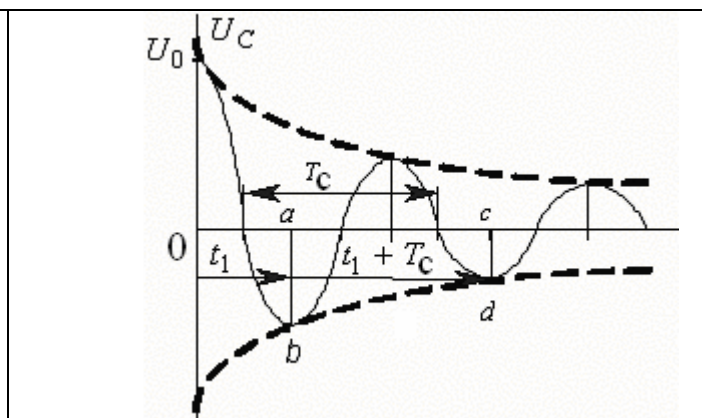


Рис.6.7. Колебательный переходной процесс

2. При $\frac{R^2}{4L^2} = \frac{1}{LC}$, т.е. при добротности контура $Q = 0.5$, в цепи имеет место предельный случай апериодического разряда конденсатора. Сопротивление цепи $R = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ называется критическим, при этом $u_c = (A_1 + A_2 t)e^{pt}$.

3. При $\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC}$, т.е. при добротности контура $Q > 0.5$, корни характеристического уравнения комплексно-сопряженные: $P_{1,2} = -\delta \pm j\omega_c$, где $\delta = \frac{R}{2L}$ - характеризует затухание процесса; $\omega_c = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}$ - угловая частота затухающих свободных колебаний. Разряд конденсатора имеет колебательный характер с затухающей амплитудой: $u_c = Ae^{-\delta t} \sin(\omega_c t + \nu)$.

Для определения ω_c по изображению u_c на экране осциллографа следует измерить T_c - период колебаний, затем вычислить $\omega_c = \frac{2\pi}{T_c}$. Коэффициент затухания δ можно вычислить из отношения напряжений, взятых в моменты t_1 и $t_1 + T_c$ (рис. 6.7). Тогда

$$\frac{u(t_1)}{u(t_1 + T_c)} = \frac{U_{cm} e^{-\delta t_1} \sin(\omega_c t_1 + \nu)}{U_{cm} e^{-\delta(t_1 + T_c)} \sin[\omega_c(t_1 + T_c) + \nu]} = e^{\delta T_c} = \frac{ab}{cd} \quad (6.15)$$

Электрические дифференцирующие и интегрирующие цепи

Дифференцирующей называется цепь, в которой выходная величина пропорциональна производной по времени от входной величины. Простейшей дифференцирующей цепью с использованием элементов R и C является схема рис.6.8, в которой при $R \ll \frac{1}{\omega C}$, $u_{вых} = u_R$. Электрическое интегрирование можно осу-

ществить при помощи схемы рис.6.9 при условии $R \gg \frac{1}{\omega C}$,
 $u_{\text{вых}} = u_C$.

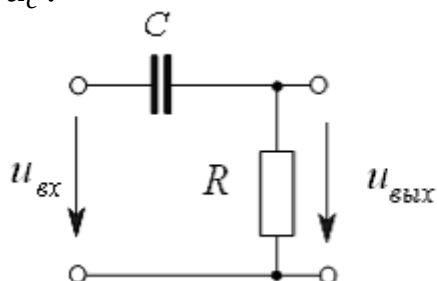


Рис.6.8 Дифференцирующая
RC- цепь

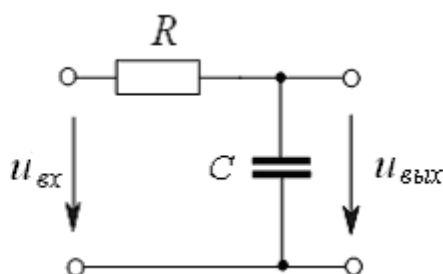


Рис.6.9. Интегрирующая
RC- цепь

Дифференцирующая цепь с использованием элементов R и L показана на рис.6.10 при $R \gg \omega L$, $u_{\text{вых}} = u_L$. Электрическое интегрирование можно осуществить также при помощи схемы рис.6.11 при условии $R \ll \omega L$, $u_{\text{вых}} = u_R$.

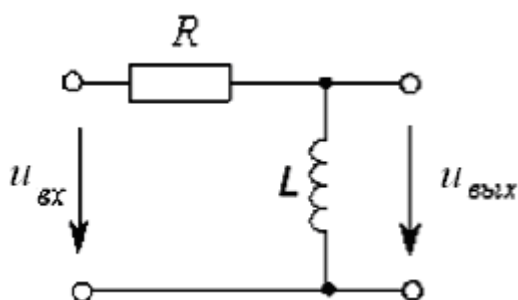


Рис.6.10. Дифференцирующая
RL- цепь

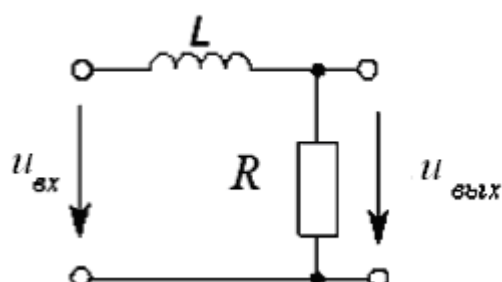


Рис.6.11. Интегрирующая
RL- цепь

Переходные и импульсные характеристики

Переходная характеристика определяется как отношение реакции цепи на ступенчатое воздействие к величине этого воздействия при нулевых начальных условиях. Переходная характеристика численно совпадает с реакцией цепи на воздействие в виде единичной функции $1(t)$. Переходную характеристику $h(t)$ можно определить, рассчитав переходный процесс и найдя $u_{\text{вых}}(t)$ при подключении к цепи источника постоянной э. д. с. $E=1$ В.

Импульсная характеристика определяется как отношение реакции цепи на бесконечно короткий импульс бесконечно

большой высоты и конечной площади к площади этого импульса при нулевых начальных условиях. Импульсная характеристика численно совпадает с реакцией цепи на воздействие в виде дельта-функции $\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt}$. Взаимосвязь между переходной $h(t)$ и импульсной $h_\delta(t)$ характеристиками определяется известными операторными выражениями:

$$h_\delta(t) = h(0) \cdot \delta(t) + h'(t) \div K(p) ; \quad h(t) = \int_0^t h_\delta(t) dt \div H(p) = \frac{K(p)}{p} ;$$

$$K(p) = \frac{U_{\text{вых}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)} - \text{операторная передаточная функция цепи, } H(p) -$$

изображение переходной характеристики.

Подставив в $K(p)$ вместо p комплексную частоту $j\omega$, получим комплексную частотную характеристику цепи $\underline{K}(j\omega)$. Частотные зависимости модуля $K(\omega)$ и аргумента $\varphi(\omega)$ называют амплитудно-частотной (АЧХ) и фазо-частотной (ФЧХ) характеристиками цепи.

Примеры расчета переходного процесса в цепи второго порядка в Mathcad

Расчет переходного процесса для напряжения на емкости в более сложной разветвленной цепи (рис.6.1) выполнен классическим и операторным методом, с использованием Mathcad.

Классический метод расчета

Исходные данные

$$E := 120 \text{ В} \quad L := 10^{-2} \text{ Гн} \quad C := 68 \cdot 10^{-9} \text{ Ф}$$

$$R1 := 1000 \text{ Ом} \quad R2 := 1000 \text{ Ом}$$

1. Расчет режима до коммутации

$$I_{10} := \frac{E}{R1 + R2} \quad I_{10} = 0.06 \text{ А}$$

$$UC0 := (I10 \cdot R1) \quad UC0 = 60 \quad В$$

2. Расчет принужденного режима

$$IIP := \frac{E}{R1} \quad IIP = 0.12 \quad А$$

$$UCP := IIP \cdot R1 \quad UCP = 120 \quad В$$

3. Характеристическое уравнение

Функция параллельного соединения

$$\text{parallel}(x, y) := \frac{x \cdot y}{x + y}$$

$$Z(p) := p \cdot L + \text{parallel}\left(R1, \frac{1}{p \cdot C}\right)$$

$$\begin{pmatrix} p1 \\ p2 \end{pmatrix} := Z(p) \left| \begin{array}{l} \text{solve}, p \\ \text{float}, 4 \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -7353. + 3.764 \cdot 10^4 \cdot i \\ -7353. - 3.764 \cdot 10^4 \cdot i \end{pmatrix}$$

Корни характеристического уравнения

$$p1 = -7.353 \times 10^3 + 3.764i \times 10^4 \quad \frac{1}{с}$$

$$p2 = -7.353 \times 10^3 - 3.764i \times 10^4 \quad \frac{1}{с}$$

Общий вид свободной составляющей напряжения на емкости

$$U_{sv}(A1, A2, t) := A1 \cdot e^{p1 \cdot t} + A2 \cdot e^{p2 \cdot t}$$

4. Расчет постоянных интегрирования

Для момента $t=0+$ находим $UC0_{sv}$ и $I30_{sv}$.

$$UC0_{sv} := UC0 - UCP \quad UC0_{sv} = -60$$

$$I30_{sv} := I10 - \frac{UC0}{R1} \quad I30_{sv} = 0$$

Находим $A1, A2$

Given

$$A1 + A2 = UC0sv$$

$$p1 \cdot A1 + p2 \cdot A2 = I30sv$$

$$\begin{pmatrix} A1 \\ A2 \end{pmatrix} := \text{Find}(A1, A2) \text{ float}, 4 \rightarrow \begin{pmatrix} -30. + 5.861 \cdot i \\ -30. - 5.861 \cdot i \end{pmatrix}$$

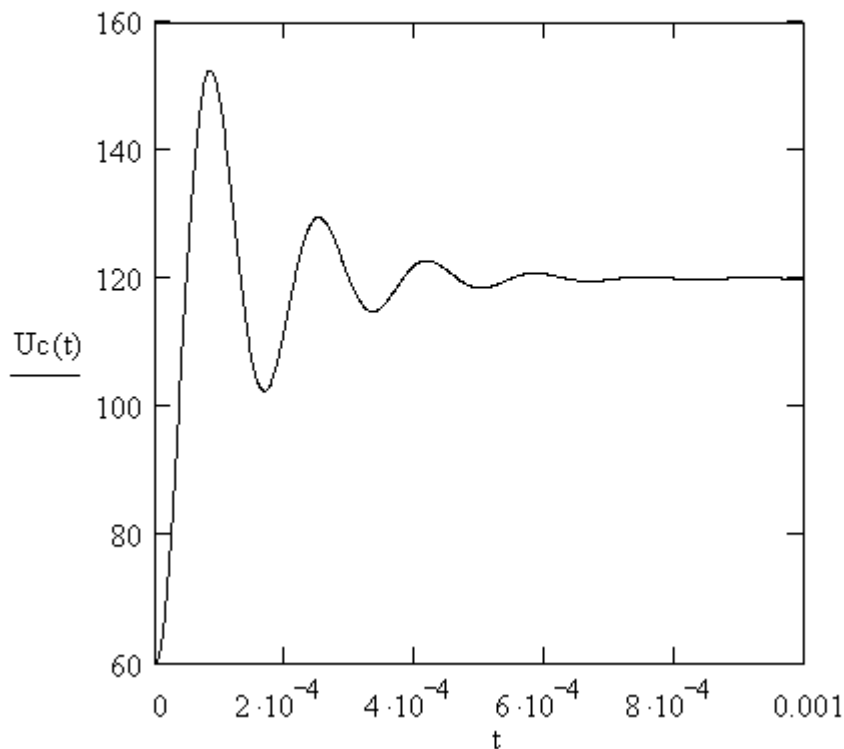
Решение для полного напряжения на емкости

$$Uc(t) := UCP + A1 \cdot e^{p1 \cdot t} + A2 \cdot e^{p2 \cdot t} \text{ complex} \rightarrow$$

$$120 - 60 \cdot \exp(-7353 \cdot t) \cdot \cos(3.764 \cdot 10^4 \cdot t) - 11.722 \cdot \exp(-7353 \cdot t) \cdot \sin(3.764 \cdot 10^4 \cdot t)$$

График полного напряжения на емкости

$$t := 0, 10^{-6} .. 10^{-3}$$



Операторный метод расчета

Для расчета переходного процесса операторным методом составляем операторную схему замещения цепи после коммутации (рис.6.12), в которой:

1. Источник постоянного напряжения E заменен изображением $E(p) = \frac{E}{p}$;

2. Индуктивность с начальным током $i(0)$ заменяем операторным сопротивлением $Z_1(p) = pL$ и внутренним источником э.д.с. $L \cdot i(0)$, направленным согласно с током в индуктивности;

3. Емкость заменяем операторным сопротивлением $\frac{1}{pC}$ и внутренним источником э.д.с. $\frac{u_C(0)}{p}$, направленным встречно току в емкости;

4. Составляем операторные уравнения и определяем изображения искомых токов и напряжений;

5. Используя обратное преобразование Лапласа или теорему разложения, находим оригиналы искомых токов и напряжений.

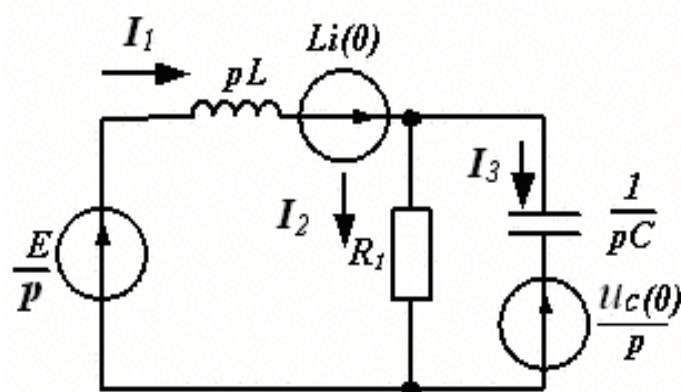


Рис.6.12. Операторная схема замещения цепи

Исходные данные

$$E := 120 \text{ В} \quad L := 10^{-2} \text{ Гн} \quad C := 68 \cdot 10^{-9} \text{ Ф}$$

$$R1 := 1000 \text{ Ом} \quad R2 := 1000 \text{ Ом}$$

Начальные условия

$$I10 := \frac{E}{R1 + R2} \quad UC0 := I10 \cdot R1$$

Операторное уравнение по методу двух узлов

$$U_C(p) := \frac{\frac{\frac{E}{p} + L \cdot I_{10}}{p \cdot L} + \frac{U_{C0}}{p} \cdot p \cdot C}{\frac{1}{p \cdot L} + \frac{1}{R1} + p \cdot C}$$

$$U_C(t) := U_C(p) \left| \begin{array}{l} \text{invlaplace}, p \\ \text{float}, 4 \end{array} \right. \rightarrow$$

$$120. - 60. \cdot \exp(-7353. \cdot t) \cdot \cos(3.764 \cdot 10^4 \cdot t) - 11.72 \cdot \exp(-7353. \cdot t) \cdot \sin(3.764 \cdot 10^4 \cdot t)$$

Обратное преобразование Лапласа выполняется оператором "invlaplace" из панели символьческих операторов.

Как видно, полученное операторным методом решение для полного напряжения на емкости совпадает с тем, которое было получено классическим методом. Операторный метод дает более компактное решение и удобен для расчета цепей высоких порядков, содержащих более 2 реактивных накопительных элементов.

Пример численного решения дифференциальных уравнений переходного процесса в Mathcad

В Mathcad имеются специальные программы для численного решения дифференциальных уравнений. Для их применения предварительно используют метод переменных состояния и составляют уравнения для первых производных токов в индуктивностях и напряжений на емкостях.

Для схемы рис.6.1 составим уравнения для производных напряжения на емкости и тока в индуктивности в послекоммутационной схеме.

$$i_C = C \cdot \frac{du_C}{dt} = i_L - \frac{u_C}{R} \quad (6.16)$$

$$u_L = L \cdot \frac{di_L}{dt} = E - u_C \quad (6.17)$$

Преобразуем эти уравнения в уравнения переменных состояния:

$$\frac{du_C}{dt} = -\frac{u_C}{R_1 \cdot C} + \frac{i_L}{C} + 0 \cdot E = a_1 \cdot u_C + b_1 \cdot i_L + d_1 \cdot E \quad (6.18)$$

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{1}{L} \cdot u_C + 0 \cdot i_L + \frac{E}{L} = a_2 \cdot u_C + b_2 \cdot i_L + d_2 \cdot E \quad (6.19)$$

Решаем численно систему уравнений (6.18)-(6.19), используя вычислительный блок **Given....Odesolve**, предназначенный для решения дифференциальных уравнений в Mathcad.

Исходные данные

$$E := 120 \text{ В} \quad L := 10^{-2} \text{ Гн} \quad C := 68 \cdot 10^{-9} \text{ Ф}$$

$$R1 := 1000 \text{ Ом} \quad R2 := 1000 \text{ Ом}$$

Начальные условия

$$I10 := \frac{E}{R1 + R2} \quad UC0 := I10 \cdot R1$$

$$I10 = 0.06 \quad UC0 = 60$$

$$a1 := \frac{-1}{R1 \cdot C} \quad b1 := \frac{1}{C} \quad d1 := 0$$

$$a2 := \frac{-1}{L} \quad b2 := 0 \quad d2 := \frac{1}{L}$$

$$a1 = -1.471 \times 10^4 \quad b1 = 1.471 \times 10^7 \quad d1 = 0$$

$$a2 = -100 \quad b2 = 0 \quad d2 = 100$$

Задаем конец интервала интегрирования, начало, шаг

$$\text{end} := 10^{-3} \quad t := 0, 10^{-6} \dots \text{end} \quad t1 := 10^{-3}$$

Given

$$\frac{d}{dt} u_C(t) = a1 \cdot u_C(t) + b1 \cdot i_L(t) + d1 \cdot E$$

$$\frac{d}{dt} i_L(t) = a2 \cdot u_C(t) + b2 \cdot i_L(t) + d2 \cdot E$$

$$u_C(0) = 60 \quad i_L(0) = 0.06$$

РЕШЕНИЕ

$$\begin{pmatrix} u_C \\ i_L \end{pmatrix} := \text{Odesolve} \left[\begin{pmatrix} u_C \\ i_L \end{pmatrix}, t, t_1, 1000 \right]$$

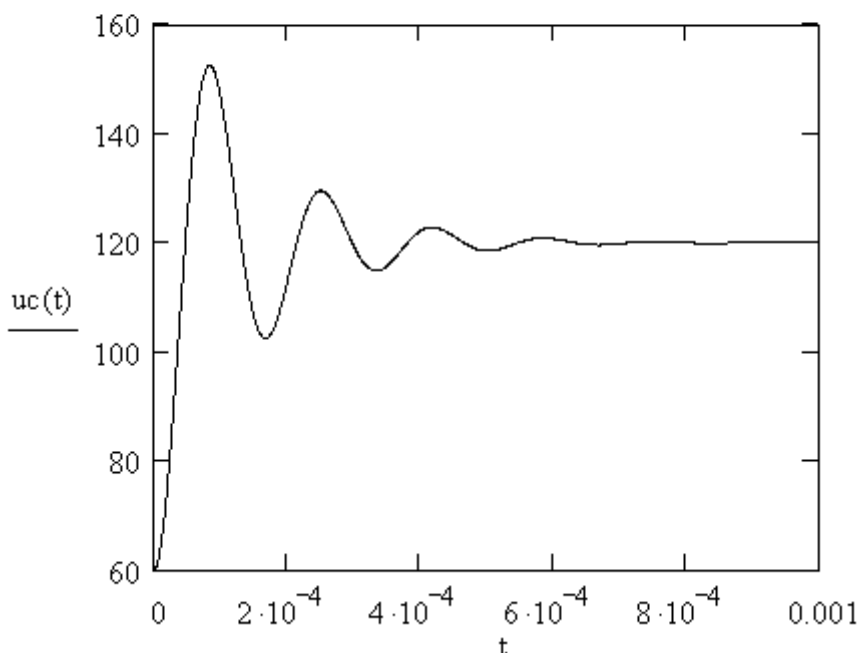


График переходного процесса соответствует полученным классическим и операторным методом.

6.2. Вопросы для самопроверки и задания для подготовки к лабораторной работе

1. Что называют переходными процессами и когда они происходят?
2. Объясните физический смысл первого и второго закона коммутации.
3. Как определить порядок цепи при расчете переходных процессов?
4. Объясните последовательность расчета переходных процессов классическим методом.
5. Объясните последовательность расчета переходных процессов операторным методом.
6. Какой вид имеют переходные процессы в цепях первого порядка?

7. Как изменяется напряжение на каждом из двух элементов при подключении постоянного напряжения E к цепям RC и RL ?

8. Как выглядят графики выходных напряжений при действии прямоугольного импульсного сигнала на входе дифференцирующего и интегрирующего звена?

9. Какой вид могут иметь переходные процессы при подключении постоянного напряжения E к RLC -цепи?

10. Что такое переходные и импульсные характеристики цепи?

11. Что такое передаточная функция цепи и как ее найти?

12. Как связаны переходные и импульсные характеристики с передаточной функцией цепи?

Для желающих!

1. Вывести формулы, составить программы и рассчитать графики напряжения на индуктивности и сопротивлении в RL -цепи при действии прямоугольного импульсного сигнала.

2. Используя Mathcad, рассчитать графики переходных напряжений на емкости, индуктивности и сопротивлении при включении постоянного напряжения в последовательную RLC -цепь с нулевыми начальными условиями и параметрами $L=10$ мГн, $C=47$ нФ, $R=100$ Ом и 1 кОм.

6.3. Лабораторная работа №6

Исследование переходных процессов в цепях с сосредоточенными параметрами R, L, C

Цель работы. В работе исследуются переходные процессы в цепях первого порядка R,L и R,C , а также в цепи второго порядка R,L,C при апериодическом и колебательном характерах процесса.

Описание схемы измерений

Наблюдение переходных процессов затруднено их кратковременностью. Поэтому для исследования применяется входной сигнал в виде периодической последовательности прямоугольных импульсов.

На рис.6.13 изображена схема измерений в реальной лаборатории МЭЛ. Генератор сигналов надо установить в режим формирования прямоугольных импульсов. Амплитуду импульсов

следует установить равной 1В. В качестве генератора прямоугольных импульсов в лабораторной установке может использоваться внутренний функциональный генератор или внешний генератор. Эквивалентная схема генератора состоит из импульсного источника напряжения с внутренним сопротивлением $R_{вн}$. Форму входных и выходных импульсов наблюдают на двухканальном осциллографе. Исследуемые цепи собирают из пассивных элементов второй панели МЭЛ.

На рис.6.14 показана схема компьютерного моделирования переходных процессов в EWB 5.12. В ней используется функциональный генератор, осциллограф. Схемы исследуемых цепей собираются для каждого задания и включаются между клеммами 1А, 1Б и 2А, 2Б. Номинальные значения сопротивлений, емкостей и индуктивностей устанавливаются в соответствии с заданиями.

Лабораторное задание

А. Настройка функционального генератора

1. Собрать схему измерений рис.6.13.

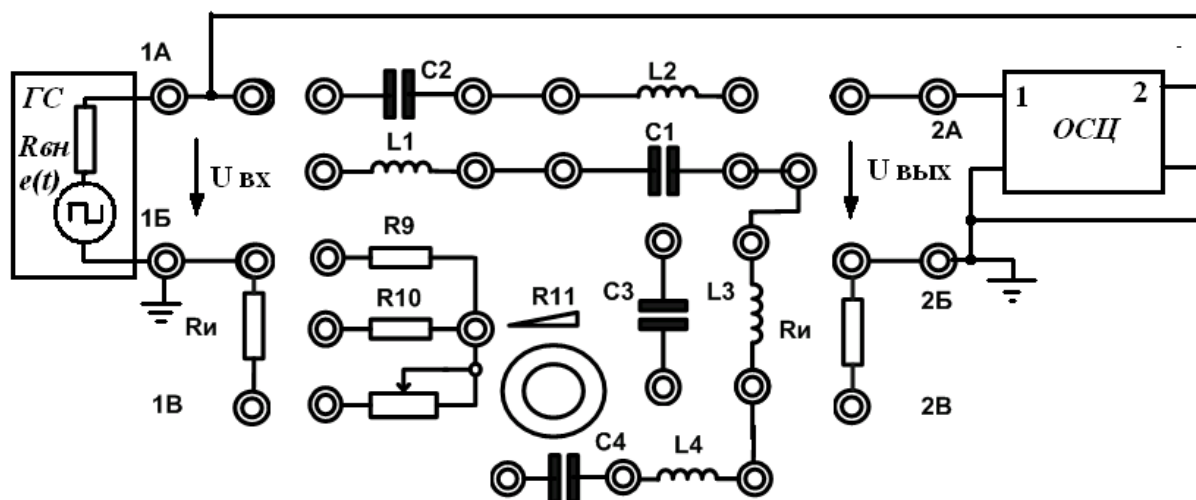


Рис. 6.13. Схема измерений на МЭЛ

2. Установить частоту генератора 5 кГц. Включить осциллограф. Установить режим внутренней синхронизации по 2-му каналу. Установить скважность импульсов $N = \frac{T}{t_{имп}} = 2$ (Т - период повторения импульсов, $t_{имп}$ - длительность импульса высокого

уровня). Двойную амплитуду выходных импульсов (размах – «ріс to ріс») в режиме холостого хода генератора u_{xx} установить равной 1В.

3. Подключить к генератору сопротивление $R_{10}=100$ Ом. Измерить амплитуду импульсов U_{R10} на сопротивлении R_{10} . Рассчитать внутреннее сопротивление генератора по формуле:

$$R_{\text{вн}} = \frac{(u_{xx} - u_{R10}) \cdot R_{10}}{u_{R10}} \quad (6.20)$$

4. Для компьютерного моделирования собрать в EWB схему, показанную на рис. 6.14.

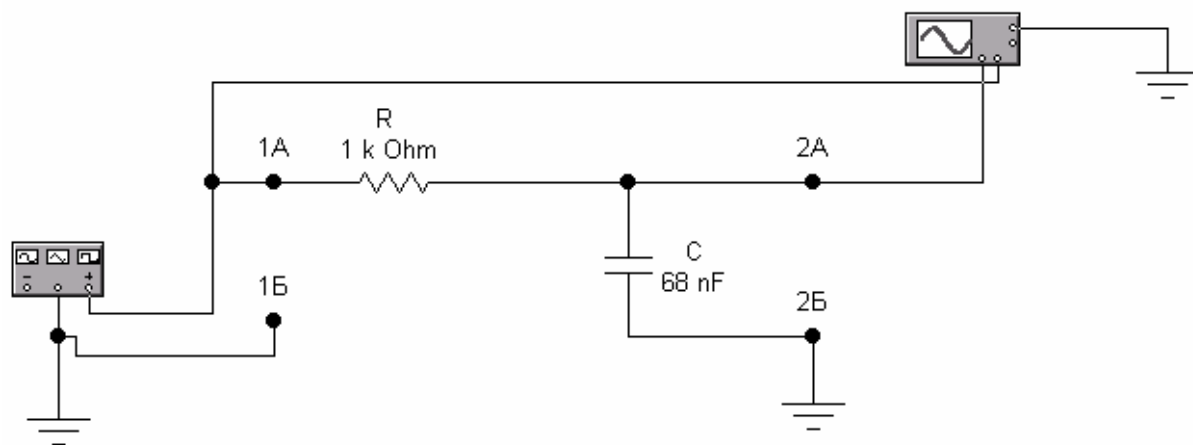


Рис.6.14. Схема компьютерного моделирования переходных процессов

Установить частоту функционального генератора 5кГц, амплитуду прямоугольных импульсов 500 мВ, заполнение (Duty circle) 50%, смещение 500 мВ. Внутреннее сопротивление функционального генератора в компьютерной модели равно нулю.

Б. Исследование RC-цепи

5. Собрать интегрирующую RC-цепь по схеме рис.6.9, включив заданную преподавателем емкость и сопротивление $R_{10} = 100$ Ом. Вход RC-цепи подключить к клеммам 1А и 1Б генератора сигналов. Выход RC-цепи подключить к клеммам 2А и 2Б схемы измерений.

6. Длительность развертки осциллографа установить такой, чтобы на экране наблюдались не более двух периодов импульсного сигнала.

7. Снимая выходной сигнал с емкости, наблюдать и зарисовать осциллограммы напряжений $u_{\text{вх}}$ и $u_{\text{вых}}=u_C(t)$, **соблюдая масштабы напряжения и времени.** Измерить по осциллограмме напряжения $u_C(t)$ постоянные времени RC - цепи при заряде емкости τ_z и разряде емкости τ_p .

8. Включить вместо R_{10} сопротивление $R_9=1$ кОм. Повторить исследования по п.7.

В компьютерной модели обратить внимание на переходный процесс в начальных после включения моделирования периодах импульсного сигнала (рис. 6.15). Видно, что при включении импульсов начальное значение напряжения на емкости равно нулю в первом цикле и равно остаточному напряжению при разряде емкости в последующих циклах.

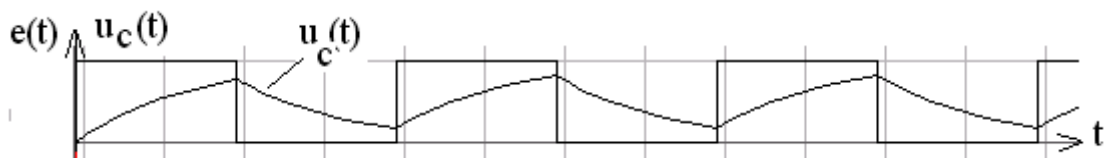


Рис.6.15. Осциллограмма напряжений в интегрирующей RC -цепи

9. Собрать дифференцирующую RC - цепь рис.6.8, включив ту же емкость, что в п.2, и сопротивление $R_{10}=100$ Ом. Повторить исследования по п.7.

В. Исследование RL -цепи

10. Собрать интегрирующую RL -цепь по схеме рис.6.11, используя заданную преподавателем индуктивность и сопротивление $R_{10}=100$ Ом. Провести исследования по п.7, снимая выходной сигнал с сопротивления.

11. Включить вместо R_{10} сопротивление $R_9=1$ кОм. Повторить исследования по п.7.

12. Собрать дифференцирующую RL -цепь по схеме рис.6.10, используя заданную преподавателем индуктивность и сопротивление $R_{10}=100$ Ом. Провести исследования по п.7, снимая выходной сигнал с индуктивности.

13. Включить вместо R_{10} сопротивление $R_9=1$ кОм. Повторить исследования по п.7.

Г. Исследование RLC-цепи

14. Собрать RLC-цепь, используя емкость и индуктивность из предыдущих пунктов исследования. Активное сопротивление составить из последовательного соединения резистора $R_{10}=100$ Ом и переменного резистора R_{11} . Установить наибольшее значение резистора R_{11} , равное 2 кОм. Выходной сигнал снимать с резистора R_{10} . Зарисовать осциллограммы входного напряжения и выходного напряжения $u_{R_{10}}(t)$, пропорционального току в цепи.

15. Изменяя сопротивление резистора R_{11} , наблюдать изменение формы тока в цепи. Зарисовать осциллограммы для критического случая переходного процесса, когда

$$R_{10} + R_{11} + R_{вн} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Измерив осциллографом отношение

напряжений на резисторе R_{10} и последовательном соединении $(R_{10}+R_{11})$, рассчитать значение сопротивления потерь (с учетом внутреннего сопротивления генератора), при котором наблюдается критический переходный процесс.

В компьютерной модели рассчитать значение критического сопротивления потерь $R_{кр} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ и установить это значение для сопротивления цепи R . Зарисовать осциллограммы для значений сопротивления $R = 1,1R_{кр}$, $R = R_{кр}$, $R = 0,9R_{кр}$.

16. Уменьшить до нуля сопротивление R_{11} . Наблюдать колебательный переходный процесс. Зарисовать осциллограммы напряжения $u_{R_{10}}(t)$.

17. Повторить исследования по п.п. 12 и 14, снимая выходной сигнал $u_C(t)$ с емкости.

18. Повторить исследования по п.п. 12 и 14, снимая выходной сигнал $u_L(t)$ с индуктивности.

Д. Исследование переходных и импульсных характеристик

19. Установить частоту повторения 100 Гц и двойную амплитуду импульсов 1В.

20. По указанию преподавателя собрать одну из схем рис. 6.8-6.11, исследованных в предыдущих пунктах. Зарисовать ос-

циллограммы выходного сигнала, соответствующие переходной характеристике цепи.

21. Установить максимальную скважность импульсного сигнала, уменьшив до минимума длительность импульса высокого уровня. Зарисовать осциллограммы выходного сигнала $u_{\text{вых}}(t)$. Приближенно импульсная характеристика цепи при действии короткого импульса единичной амплитуды для $t > t_{\text{имп}}$ определяется

$$\text{соотношением: } h_{\delta}(t) \approx \frac{1}{t_{\text{имп}}} u_{\text{вых}}(t).$$

Домашнее задание

1. Для всех исследованных цепей первого порядка записать теоретические формулы и рассчитать графики исследованных переходных процессов для значений параметров элементов, использованных в работе. Построить временные диаграммы $i(t)$, $u_C(t)$, $u_L(t)$ и результаты сравнить с полученными экспериментально осциллограммами.

2. Для цепей первого порядка рассчитать постоянные времени по параметрам цепей и сравнить с полученными экспериментально.

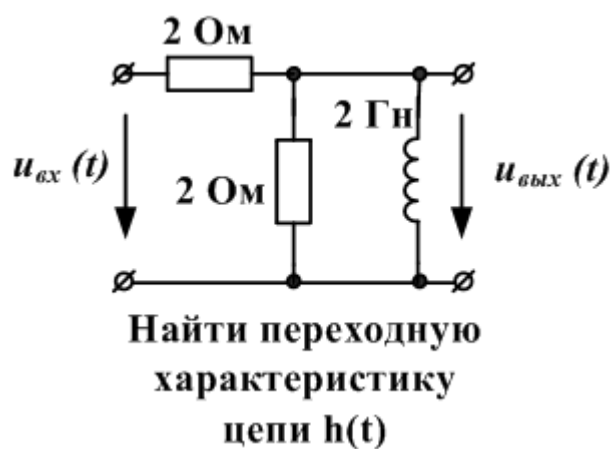
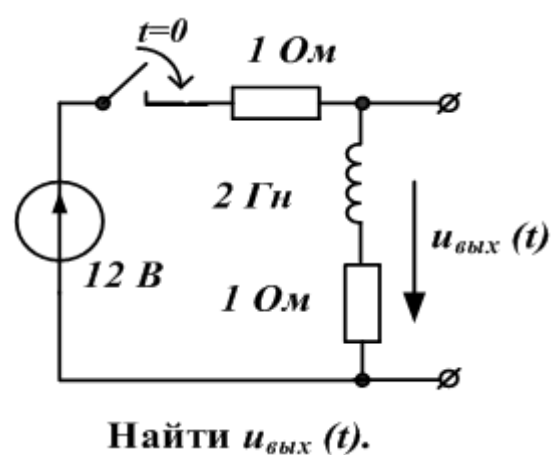
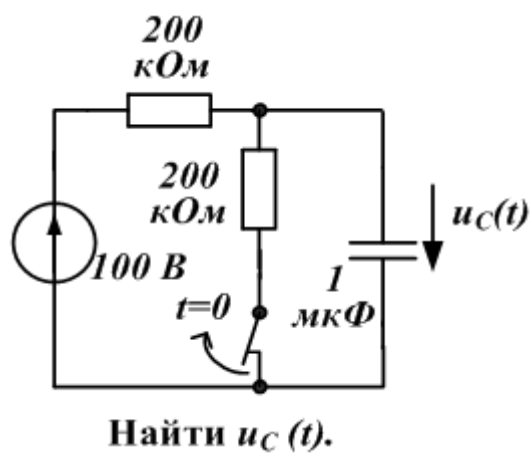
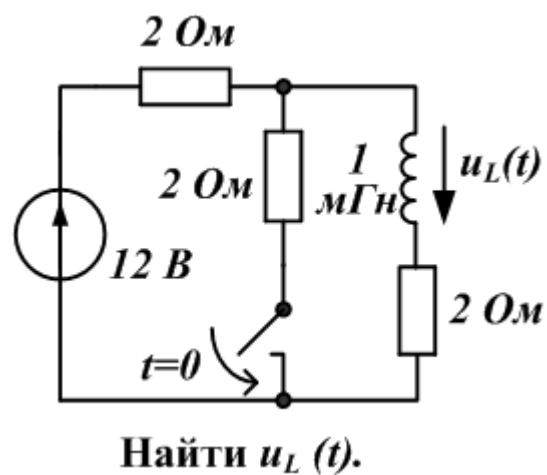
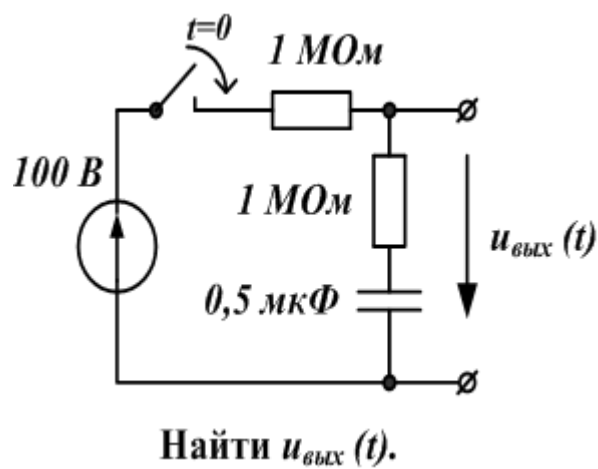
3. Для цепей первого порядка определить условия, при которых эти цепи могут считаться дифференцирующими или интегрирующими.

4. Для цепей второго порядка рассчитать условия возникновения апериодического, критического и колебательного переходного процесса.

5. Для цепей второго порядка рассчитать период свободных колебаний и коэффициент затухания. Сравнить с полученными экспериментально. Построить графики переходных процессов $u_C(t)$, $u_L(t)$, $u_R(t)$ для колебательного переходного процесса.

6. Рассчитать теоретически переходные и импульсные характеристики исследованных цепей. Построить теоретические и экспериментальные графики. Сравнить результаты.

7. Решить простые задачи классическим и операторным методом:



Глава 7. ЛИНИИ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

7.1. Краткие теоретические сведения и примеры расчетов линий с распределенными параметрами

Линией с распределёнными параметрами называется такая электрическая цепь, в которой элементарные параметры L , C , r , g и запасённая электрическая и магнитная энергия распределены вдоль всей длины цепи, а токи и напряжения в точке цепи зависят от расстояния этой точки до источника.

Первичными параметрами линии называются электрические параметры, отнесённые к единице длины, а именно: L_0 - погонная индуктивность (Гн/м); C_0 - погонная емкость (Ф/м); r_0 - погонное продольное сопротивление (Ом/м); g_0 - погонная поперечная проводимость изоляции (См/м). Линии с неизменными по длине первичными параметрами называются **однородными**.

Расчетная модель однородной линии показана на рис. 7.1.

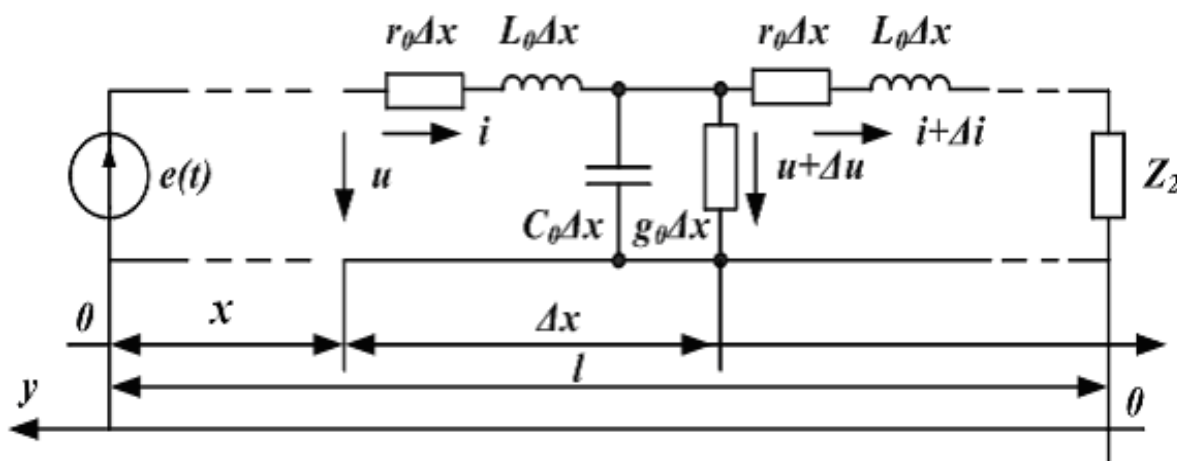


Рис. 7.1. Расчетная модель однородной линии

Малый участок линии Δx имеет продольное сопротивление $r_0 \cdot \Delta x$, индуктивность $L_0 \cdot \Delta x$, поперечную проводимость $g_0 \cdot \Delta x$, емкость $C_0 \cdot \Delta x$. На входе участка напряжение u , ток i . На выходе участка напряжение $u + \Delta u$, ток $i + \Delta i$. По расчетной схеме получаем следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned}
 u_{x+\Delta x} - u_x &= L_0 \Delta x \frac{\partial i}{\partial t} + r_0 \Delta x i \\
 i_{x+\Delta x} - i_x &= C_0 \Delta x \frac{\partial u}{\partial t} + g_0 \Delta x u
 \end{aligned}
 \tag{7.1}$$

При уменьшении Δx получим дифференциальные уравнения линии в частных производной при отсчете от начала линии:

$$\begin{aligned}
 -\frac{\partial u}{\partial x} &= L_0 \frac{\partial i}{\partial t} + r_0 i \\
 -\frac{\partial i}{\partial x} &= C_0 \frac{\partial u}{\partial t} + g_0 u
 \end{aligned}
 \tag{7.2}$$

Эти уравнения называют телеграфными уравнениями линии при отсчете от начала (переменными являются координата x и время t). Таким образом, напряжение и ток в линии являются функциями двух переменных.

Если отсчет координаты вести от конца линии (переменными будут координата y и время t), получим телеграфные уравнения линии при отсчете от конца:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial u}{\partial y} &= L_0 \frac{\partial i}{\partial t} + r_0 i \\
 \frac{\partial i}{\partial y} &= C_0 \frac{\partial u}{\partial t} + g_0 u
 \end{aligned}
 \tag{7.3}$$

Если на входе линии действует гармонический сигнал $e(t) = E_m \cdot \sin \omega t$, то из уравнений (7.2) можно получить обыкновенные однородные линейные дифференциальные уравнения для комплексных действующих значений напряжения и тока:

$$\frac{d^2 \underline{U}}{dx^2} - \underline{\gamma}^2 \underline{U} = 0; \quad \frac{d^2 \underline{I}}{dx^2} - \underline{\gamma}^2 \underline{I} = 0
 \tag{7.4}$$

В уравнениях (7.4):

$\underline{\gamma} = \sqrt{r_0 + j\omega L_0 \quad g_0 + j\omega C_0} = \alpha + j\beta$ - коэффициент распространения; α - коэффициент затухания; $\beta = \frac{2\pi f}{V_\Phi} = \frac{2\pi}{\lambda}$ - коэффициент фазы, V_Φ - фазовая скорость.

Решение уравнений (7.4) имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}\underline{U}(x) &= \frac{\underline{U}_1 + \underline{Z}_\epsilon \underline{I}_1}{2} e^{-\gamma x} + \frac{\underline{U}_1 - \underline{Z}_\epsilon \underline{I}_1}{2} e^{+\gamma x} \\ \underline{I}(x) &= \frac{\underline{U}_1 + \underline{Z}_\epsilon \underline{I}_1}{2\underline{Z}_\epsilon} e^{-\gamma x} + \frac{\underline{U}_1 - \underline{Z}_\epsilon \underline{I}_1}{2\underline{Z}_\epsilon} e^{+\gamma x}\end{aligned}\quad (7.5)$$

Первые слагаемые затухают при увеличении координаты x и представляют падающие волны напряжения и тока. Вторые слагаемые представляют отраженные волны и возрастают по мере приближения к нагрузке при увеличении x .

Уравнения (7.5) можно получить в гиперболической форме:

$$\begin{aligned}\underline{U}(x) &= \underline{U}_1 \operatorname{ch} \gamma x - \underline{Z}_\epsilon \underline{I}_1 \operatorname{sh} \gamma x \\ \underline{I}(x) &= \underline{I}_1 \operatorname{ch} \gamma x - \frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_\epsilon} \operatorname{sh} \gamma x\end{aligned}\quad (7.6)$$

Если отсчет вести от конца линии, когда задан режим в нагрузке $(\underline{U}_2, \underline{I}_2)$, то решение телеграфных уравнений имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}\underline{U}_y &= \underline{U}_2 \operatorname{ch} \gamma y + \underline{Z}_\epsilon \underline{I}_2 \operatorname{sh} \gamma y \\ \underline{I}_y &= \underline{I}_2 \operatorname{ch} \gamma y + \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_\epsilon} \operatorname{sh} \gamma y\end{aligned}\quad (7.7)$$

В уравнения (7.6) и (7.7) входит важный параметр линии – **волновое сопротивление**:

$$\underline{Z}_B = \sqrt{\frac{r_0 + j\omega L_0}{g_0 + j\omega C_0}} \quad (7.8)$$

Коэффициенты γ, α, β и волновое сопротивление $\underline{Z}_\epsilon$ называют **характеристическими параметрами линии**.

Входное сопротивление в произвольной точке на расстоянии y от конца, есть отношение напряжения в данном сечении к току в данном сечении:

$$\underline{Z}_{ex}(y) = \frac{\underline{U}_y}{\underline{I}_y} = \underline{Z}_\epsilon \frac{\underline{Z}_2 \operatorname{ch} \gamma y + \underline{Z}_\epsilon \operatorname{sh} \gamma y}{\underline{Z}_\epsilon \operatorname{ch} \gamma y + \underline{Z}_2 \operatorname{sh} \gamma y} \quad (7.9)$$

В согласованном режиме, когда $\underline{Z}_2 = \underline{Z}_\epsilon$, входное сопротив-

ление линии в любом сечении постоянно и равно волновому сопротивлению: $\underline{Z}_{ex} y = \underline{Z}_e = const$.

Если потери в линии малы ($r_0 \ll \omega L_0, g_0 \ll \omega C_0$), то считают, что $r_0 = 0, g_0 = 0$ и рассматривают **линию без потерь**.

В линии без потерь коэффициент затухания $\alpha = 0$, коэффициент фазы $\beta = \omega \sqrt{L_0 C_0}$, коэффициент распространения $\underline{\gamma} = j\omega \sqrt{L_0 C_0} = j\beta$, фазовая скорость $V_\Phi = \frac{\omega}{\beta} = \frac{1}{\sqrt{L_0 C_0}}$, волновое

сопротивление $\underline{Z}_e = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$. При этом уравнения линии без потерь имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \underline{U}(y) &= \underline{U}_2 \cos \beta y + j \underline{I}_2 \underline{Z}_e \sin \beta y \\ \underline{I}(y) &= \underline{I}_2 \cos \beta y + j \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_e} \sin \beta y \end{aligned} \quad (7.10)$$

Входное сопротивление линии без потерь:

$$\underline{Z}_{ex} = \underline{Z}_e \frac{\underline{Z}_2 \cos \beta y + j \underline{Z}_e \sin \beta y}{\underline{Z}_e \cos \beta y + j \underline{Z}_2 \sin \beta y} \quad (7.11)$$

Задав величину фазовой скорости V_Φ в линии (например, $V_\Phi = 3 \cdot 10^8$ м/сек для воздушной линии) и волновое сопротивление $\underline{Z}_e = 1200$ Ом, можно рассчитать первичные параметры линии без потерь L_0, C_0 и длину отрезка имитированной линии l .

Режимы работы линии без потерь

Распределение напряжения по длине линии обусловлено наложением и интерференцией падающей и отраженной волны. В зависимости от характера нагрузки различают:

- режимы стоячих волн при нагрузке вида холостой ход, короткое замыкание, индуктивность, емкость;
- режим бегущей волны при активной нагрузке, равной волновому сопротивлению линии;
- режимы смещенных волн при активной нагрузке, не равной волновому сопротивлению линии.

Расчет распределения напряжения и тока по длине линии в Mathcad

По уравнениям (7.10), используя Mathcad, выполним расчет распределения напряжения и тока в модели линии, имеющей первичные параметры: $L_0 = 10^{-3} \text{ Гн}$, $C_0 = 500 \text{ нФ}$, $f = 200 \text{ кГц}$.

Расчет напряжения и тока в линии

$$f := 200 \cdot 10^3 \quad \text{Гц}$$

$$\omega := 2 \cdot \pi \cdot f \quad L_0 := 10^{-3} \quad \text{Гн} \quad C_0 := 500 \cdot 10^{-12} \quad \text{Ф} \quad i := \sqrt{-1}$$

$$\beta := \omega \cdot \sqrt{L_0 \cdot C_0} \quad Z_B := \sqrt{\frac{L_0}{C_0}} \quad \lambda := \frac{2 \cdot \pi}{\beta} \quad v_f := \frac{1}{\sqrt{L_0 \cdot C_0}}$$

$$\beta = 0.889 \quad Z_B = 1.414 \times 10^3 \quad \text{Ом} \quad \lambda = 7.071 \quad \text{м}$$

$$v_f = 1.414 \times 10^6 \quad \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

$$\text{ORIGIN} := 1 \quad n := 1..6$$

$$Z_2 := \begin{pmatrix} 10^6 & i \cdot 500 & -i \cdot 1000 & 707 & 1414 & 2828 \end{pmatrix}$$

$$U_2 := 1 \quad \text{В} \quad I_2(n) := \frac{U_2}{Z_{21,n}}$$

$$U(y, n) := |U_2 \cdot \cos(\beta \cdot y) + i \cdot I_2(n) \cdot Z_B \cdot \sin(\beta \cdot y)|$$

$$I(y, n) := \left| I_2(n) \cdot \cos(\beta \cdot y) + i \cdot \frac{U_2}{Z_B} \cdot \sin(\beta \cdot y) \right|$$

Модель линии имеет на частоте $f = 200 \text{ кГц}$ следующие характеристические параметры: $Z_B = 1414 \text{ Ом}$, $\lambda = 7,071 \text{ м}$, $\beta = 0,889$. Графики показывают, что при разомкнутой линии (хх), нагрузке на индуктивность, емкость (а также при короткозамкнутой линии) минимумы напряжения равны нулю. Их называют узлами напряжения. Максимумы называют пучностями напряжения. Нули и максимумы напряжения чередуются и повторяются через полволны. Такое устойчивое распределение узлов и максимумов напряжения (и тока) называют *режимом стоячих волн*.

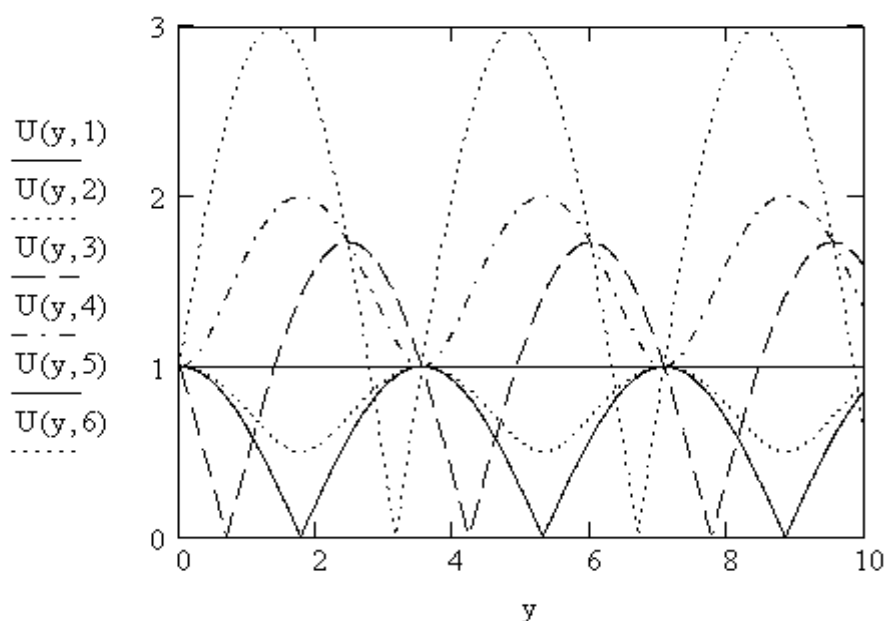
$y := 0, 0.01 \dots 10$


Рис.7.2. Графики распределения напряжения в линии при отсчете от конца ($y=0$) для следующих нагрузок: 1 – холостой ход, 2 – индуктивность $X_L=500 \text{ Ом}$, 3 – емкость $X_C=1000 \text{ Ом}$, 4 – резистор $R=707 \text{ Ом}$, 5 – резистор $R=1414 \text{ Ом} = Z_B$, 6 – резистор $R=2828 \text{ Ом}$

При нагрузке на активное сопротивление, равное волновому Z_B (график 5), напряжение вдоль линии постоянно по амплитуде. Этот наиболее благоприятный режим для передачи информации и энергии называют **согласованным режимом** или **режимом бегущей волны**.

При нагрузке на активное сопротивление, не равное волновому Z_B (графики 4, 6), в линии возникает **режим смешанных волн**. Этот режим характеризуют коэффициентом бегущей волны

$$K_{бв} = \frac{U_{\min}}{U_{\max}}.$$

Согласование линии с нагрузкой

При сопротивлении нагрузки в конце линии Z_2 , равном волновому сопротивлению Z_B (режим согласованной нагрузки) в линии будет существовать только бегущая волна. Если $Z_H \neq Z_B$, то согласование нагрузки осуществляется с помощью отрезка другой линии, включаемого между основной линией и нагрузкой.

Для случая линии без потерь при $Z_H = R_H \neq Z_B$ длина согласующего отрезка линии равна четверти длины волны, и такой отрезок линии называется четвертьволновым трансформатором.

Волновое сопротивление четвертьволнового трансформатора $Z_{ВТР}$ можно определить по формуле: $Z_{ВТР} = \sqrt{Z_B R_H}$.

7.2. Вопросы для самопроверки и подготовки к лабораторной работе

1. В чем отличие цепей с распределенными параметрами от цепей с сосредоточенными параметрами?
2. Какими первичными параметрами характеризуются электрические линии передачи энергии?
3. Что такое однородная линия?
4. Запишите телеграфные уравнения однородной линии при отсчете от начала.
5. Запишите телеграфные уравнения однородной линии при отсчете от конца.
6. Запишите решение телеграфных уравнений однородной линии для гармонического сигнала при отсчете от конца линии.
7. Что такое характеристические параметры линии $\alpha, \beta, \gamma, Z_B$ и как их вычислить через первичные параметры линии?
8. Как рассчитать характеристические параметры в линии без потерь?
9. Записать уравнения для напряжения и тока в линии без потерь при отсчете от конца.
10. Записать формулу для входного сопротивления в линии без потерь.
11. Какие режимы работы бывают в линии без потерь?
12. Какие достоинства имеет режим бегущей волны и как получить его в линии без потерь?

Лабораторная работа №7

Исследование модели линии с распределенными параметрами

Цель работы. В работе исследуется распределение действующих значений напряжения вдоль модели однородной линии с

распределенными параметрами при различных режимах ее работы.

Описание макета длинной линии

Макет длинной линии собран на третьей панели МЭЛ на основе линии задержки с 21 отводом. Первый отвод соединен с входом линии. Выход линии соответствует 21 отводу. Волновое сопротивление линии составляет 1200 Ом. Подключение приборов показано на Рис.7.3. Питание схемы осуществляется от генератора сигналов. Частота задается преподавателем в диапазоне от 180 кГц до 250 кГц. Входное напряжение генератора надо установить равным 1В. Напряжение измеряется электронным вольтметром с соответствующим диапазоном частот или осциллографом.

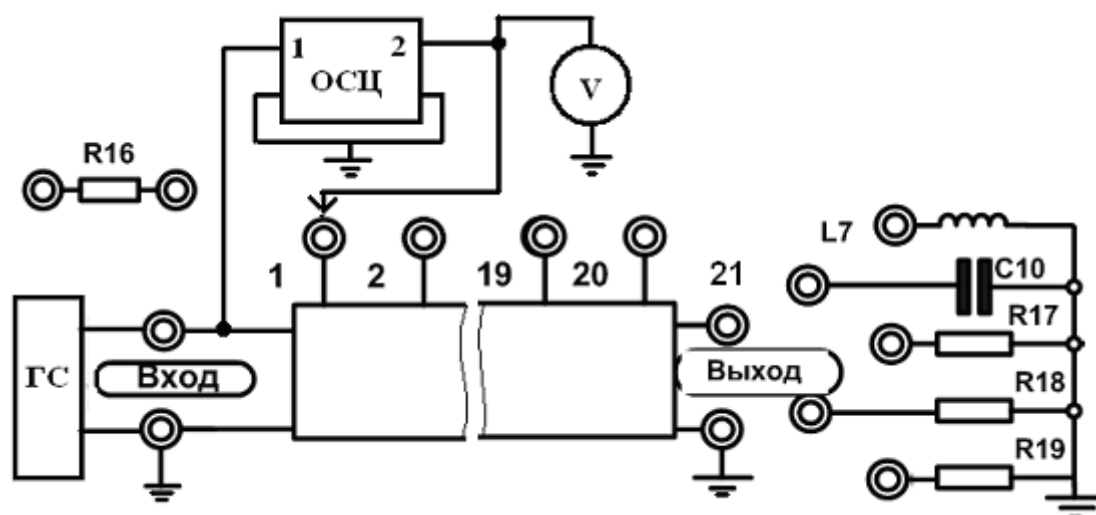


Рис. 7.3. Схема исследования макета длинной линии на МЭЛ

Лабораторное задание

А. Исследование распределения напряжения вдоль линии.

Определение величины и характера Z_n

1. Приготовить таблицу 7.1 для записи результатов измерения.
2. Начать исследование работы модели линии в режиме короткого замыкания на выходе. Для этого закоротить перемычкой выходной отвод модели линии с земляным отводом и измерить вольтметром распределение напряжения на всех отводах линии. Результаты записать в первый столбец таблицы.
3. Переключая нагрузки линии, провести исследование ли-

нии в режиме холостого хода, при нагрузках на индуктивность, емкость и трех значениях активных сопротивлений.

Таблица 7.1

N точки	KЗ	XX	L_7	C_{10}	R_{17}	R_{18}	R_{19}
1							
2							
.....							
20							

Б. Исследование входного сопротивления линии

4. Подключить вход линии к генератору сигналов через дополнительное сопротивление $R_{16}=30$ кОм, включенное последовательно. Установить выходное напряжение генератора $U_{\text{ген}}$ равным 1В и максимальную чувствительность измерительных приборов (вольтметра и осциллографа). Вольтметр подключить к входу линии. Первый вход осциллографа подключить к сигнальному выходу ГС для контроля уровня выходного сигнала генератора $U_{\text{ген}}$.

5. Включить на конце линии нагрузку R_{18} . Снять зависимость напряжения на входе линии от частоты, изменяя частоту в пределах от 10 кГц до 200 кГц. Уровень выходного сигнала ГС контролировать осциллографом и поддерживать равным 1В. Результаты измерений записать в таблицу 7.2.

Таблица 7.2

f , кГц		10	20		190	200
U_1 , В	R_{18}					
$Z_{\text{вх}}$, Ом						
U , В	Z_i					
$Z_{\text{вх}}$, Ом						

6. Включить на конце линии по указанию преподавателя реактивную нагрузку Z_i (L_7 , C_{10}) или установить режим XX или КЗ. Повторить измерения п.5, контролируя выходное напряжение ГС

осциллографом и поддерживая его постоянным. Результаты записать в таблицу 7.2.

В. Исследование прохождения через линию импульсных сигналов

7. В схеме рис.7.3 исключить сопротивление R_{16} , выход ГС и первый вход осциллографа подключить к входу линии, а второй вход осциллографа подключить к выходу линии. Установить в генераторе импульсную прямоугольную форму сигналов с частотой 10 кГц и скважностью 2 (коэффициент заполнения 50%). Амплитуду импульсов установить равной 1В.

8. Включить нагрузку R_{18} . Наблюдать на осциллографе форму и задержку импульсов на входе и выходе линии. Зарисовать осциллограммы в масштабе.

9. Включить нагрузку R_{17} . Наблюдать на осциллографе форму и задержку импульсов на входе и выходе линии. Зарисовать осциллограммы в масштабе.

10. Включить нагрузку R_{19} . Наблюдать на осциллографе форму и задержку импульсов на входе и выходе линии. Зарисовать осциллограммы в масштабе.

11. Включить индуктивную или емкостную нагрузку. Наблюдать на осциллографе форму сигналов на входе и выходе линии. Зарисовать осциллограммы в масштабе.

12. Представить все полученные экспериментальные и расчетные результаты преподавателю, и после утверждения протокола разобрать схему.

Компьютерное моделирование линии с распределенными параметрами

Исследование процессов в реальной линии с распределенными параметрами может быть выполнено на малогабаритной цепной схеме, эквивалентной исследуемой линии в смысле распределения напряжений и токов по ней.

В качестве звеньев исследуемой цепной схемы служат симметричные П-образные фильтры типа «к», с известными величинами элементов L и C . П-образные схемы выбраны для сокра-

щения количества индуктивных элементов и общих габаритов модели.

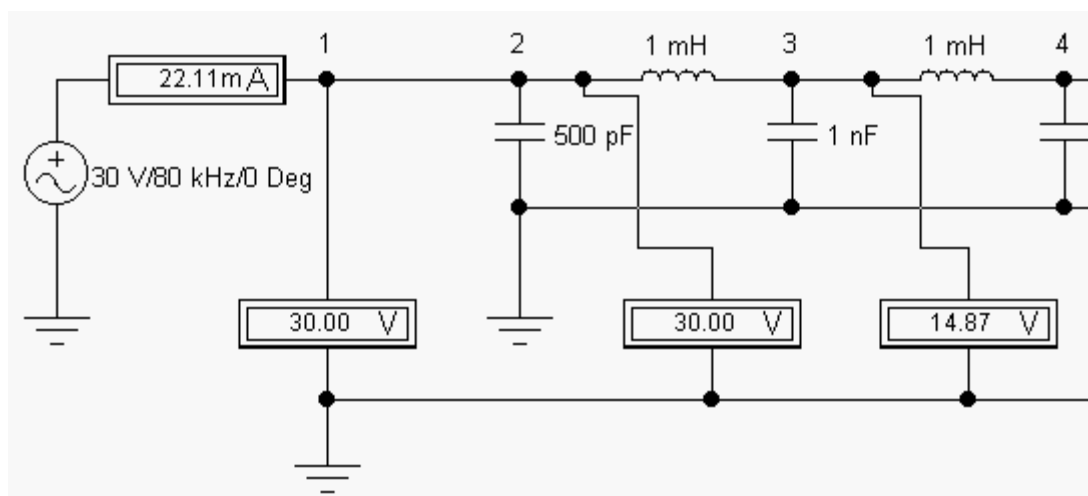


Рис.7.4. Схема входного участка модели линии

Схема входного участка модели длинной линии показана на рис.7.4, нагрузки показаны на рис.7.5. Модель линии содержит 20 звеньев. Значения частоты лежат в пределах от 60 до 150 кГц.

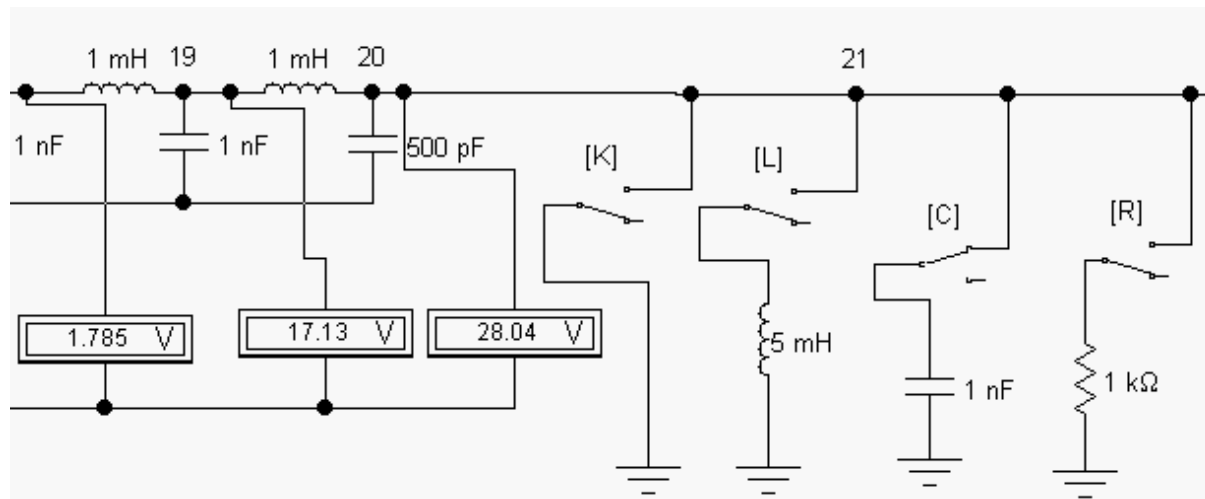


Рис.7.5. Схема включения нагрузок в модели линии

В связи с большим порядком цепи расчеты каждого варианта занимают достаточно много времени. Рекомендуется контролировать время счета в нижней строке окна EWB 5.12 и продолжать моделирование не менее 5 мс. Для указанных на схемах 7.4 и 7.5 параметрах звеньев П-образных фильтров значение волнового сопротивления модели линии равно 1 кОм. Активные нагрузки следует взять равными 500 Ом, 1 кОм, 2 кОм.

Вольтметры надо установить в режим АС.

Программа лабораторного исследования компьютерной модели линии аналогична исследованию на МЭЛ.

Домашнее расчетное задание

1. Построить по данным таблицы 7.1 графики распределения напряжения вдоль линии для всех исследованных видов нагрузки.

2. По графикам для активных нагрузок R_{17} , R_{18} , R_{19} рассчитать коэффициент бегущей волны по формуле $K_{бв} = \frac{U_{min}}{U_{max}}$.

3. Рассчитать значения активных нагрузок по формулам:

$R = Z_B \cdot K_{бв}$, если в конце линии наблюдается минимум напряжения, или $R = \frac{Z_B}{K_{бв}}$, если в конце линии наблюдается максимум напряжения.

4. По графикам для реактивных нагрузок и режимов ХХ, КЗ определить положение первого от конца линии узла напряжения и проверить его соответствие теоретическому расчету.

5. Рассчитать значения реактивных нагрузок по формулам:

$-jX_c = -jZ_B \operatorname{ctg} 2\pi(0,25 - \Delta)$, если от конца линии первым наблюдается минимум напряжения,

или $jX_L = jZ_B \operatorname{tg} 2\pi(0,25 - \Delta)$, если от конца линии первым наблюдается максимум.

Здесь $\Delta = \frac{ml'}{\lambda}$, m - количество звеньев модели между концом линии и первым минимумом (максимумом), l' - эквивалентная длина отрезка линии, моделируемого одним звеном.

6. По найденным реактивным сопротивлениям рассчитать значения нагрузок L и C .

7. Рассчитать входное сопротивление линии по экспериментальным данным из таблицы 7.2, используя приближенную формулу:

$$Z_{вх} = 100 \text{кОм} \cdot \frac{U_{вх}}{U_{ген}}.$$

8. По формуле входного сопротивления линии без потерь рассчитать для исследованной линии на частоте сигнала, использованной в разделе А, теоретические значения входного сопротивления для нагрузки из п.6 и при $R_H = Z_B$. Сравнить теоретические и экспериментальные значения.

9. Записать аналитические выражения для распределения напряжения вдоль линии при согласовании активной нагрузки R_{17} и R_{19} четвертьволновым трансформатором. Рассчитать и построить графики напряжения в линии и в трансформаторе. Сравнить результаты с экспериментом.

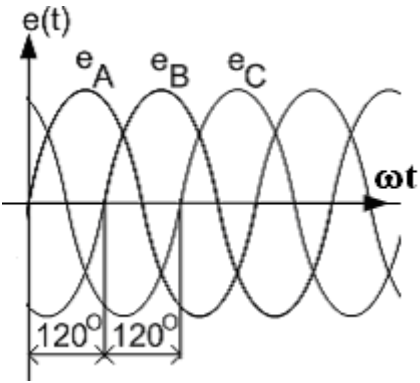
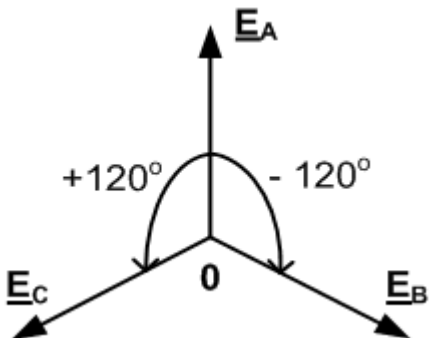
10. Нарисовать амплитудный спектр импульсного прямоугольного сигнала. Пояснить полученные наблюдения прохождения сигналов в линии. Рассчитать задержку импульса в согласованной линии и сравнить с экспериментом.

11. По формулам (7.1) для частоты сигнала, превышающей в 1000 раз заданную преподавателем, рассчитать первичные и вторичные параметры воздушной линии без потерь и найти реальную длину линии, соответствующей исследованной модели.

Глава 8. ТРЕХФАЗНЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

8.1. Краткие теоретические сведения и методы расчета

Трехфазные цепи переменного тока являются основным источником электрической энергии в электрических сетях промышленного и коммунального назначения.

	
Рис.8.1. Временные диаграммы трехфазной системы ЭДС.	Рис.8.2. Векторная диаграмма

Трехфазная система ЭДС вырабатывается в трехфазных синхронных генераторах и представляет три ЭДС с равной амплитудой и фазовым сдвигом 120° :

$$e_A = E_m \sin \omega t; e_B = E_m \sin(\omega t - 120^\circ); e_C = E_m \sin(\omega t + 120^\circ).$$

На рис.8.1 показаны временные диаграммы трехфазных ЭДС. На рис. 8.2 показана векторная диаграмма комплексных действующих ЭДС в трехфазной цепи.

Применяют несколько способов соединения трехфазного источника ЭДС с нагрузками.

Соединение звезда-звезда

Соединение звезда-звезда показано на рис.8.3. Трехфазные ЭДС $\underline{E}_A, \underline{E}_B, \underline{E}_C$ объединены в узле 0. Фазные нагрузки $\underline{Z}_A, \underline{Z}_B, \underline{Z}_C$ объединены в узле 0'. Провод, соединяющий узлы 00', называют нейтральным проводом. В случае симметричной нагрузки $\underline{Z}_A = \underline{Z}_B = \underline{Z}_C$ применяют трехпроводное соединение звезда-звезда без нейтрального провода (ключ К разомкнут).

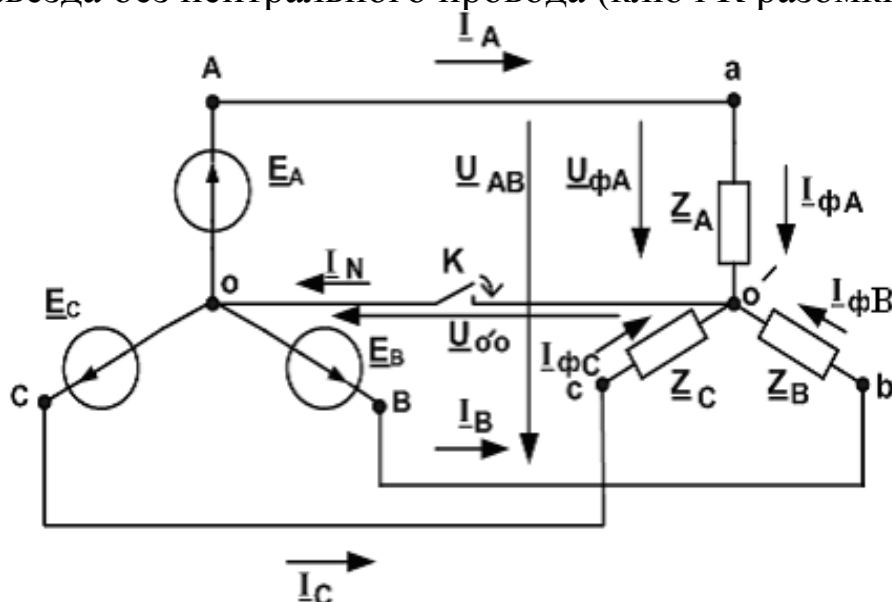


Рис.8.3. Соединение звезда-звезда

Токи в линейных проводах $\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$ в схеме рис.8.3 равны соответственно фазным токам в нагрузках $\underline{I}_{\phi A}, \underline{I}_{\phi B}, \underline{I}_{\phi C}$.

При симметричных нагрузках фазные напряжения на нагрузках равны фазным ЭДС, а фазные токи можно вычислить

по формуле: $\underline{I}_{\phi A} = \frac{\underline{E}_A}{\underline{Z}_A} = \frac{\underline{U}_{\phi A}}{\underline{Z}_A}$. В этом случае ток в нейтральном проводе $\underline{I}_N = 0$ и можно применять трехпроводную сеть.

При несимметричных нагрузках и включенном нейтральном проводе фазные токи не равны и **возникает ток в нейтральном проводе**: $\underline{I}_N = \underline{I}_{\phi A} + \underline{I}_{\phi B} + \underline{I}_{\phi C}$.

Если нагрузки несимметричны, а нейтральный провод отсутствует, то между узлами $0'$ и 0 **возникает напряжение смещения нейтрали**, которое рассчитывают по формуле:

$$\underline{U}_{0'0} = \frac{\underline{E}_A \underline{Y}_A + \underline{E}_B \underline{Y}_B + \underline{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C}, \text{ где } \underline{Y}_A, \underline{Y}_B, \underline{Y}_C - \text{ комплексные}$$

проводимости фазных нагрузок. При этом токи в фазах нагрузки определяются по формулам вида: $\underline{I}_{\phi A} = \frac{\underline{E}_A - \underline{U}_{0'0}}{\underline{Z}_A}$.

Напряжение между линейными проводами называют линейным напряжением. В схеме рис.8.3 линейное напряжение $\underline{U}_{AB} = \sqrt{3} \underline{E}_A e^{+j30^\circ}$.

Соединение звезда – треугольник

Соединение звезда-треугольник показано на рис.8.4.

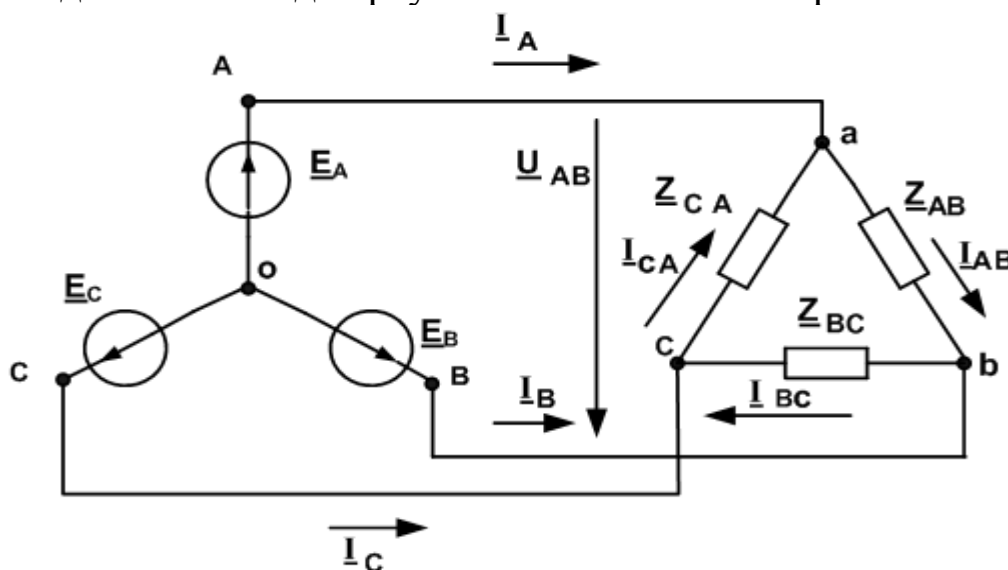


Рис.8.4. Соединение звезда – треугольник

К фазным нагрузкам приложены равные линейные напря-

жения $U_L = \sqrt{3}E$. Поэтому фазные нагрузки могут быть несимметричными. Фазные токи вычисляют по формуле вида: $\underline{I}_{AB} = \frac{\underline{U}_{AB}}{\underline{Z}_{AB}}$. Линейные токи определяем по формулам вида: $\underline{I}_A = \underline{I}_{AB} - \underline{I}_{CA}$.

Мощность в трехфазной цепи

При любом соединении и любой нагрузке комплексная мощность фазы нагрузки равна: $\tilde{S} = \underline{U}_\phi \underline{I}_\phi^*$. Суммарная комплексная мощность трех фаз: $\tilde{S}_\Sigma = \tilde{S}_A + \tilde{S}_B + \tilde{S}_C$. Отсюда можно получить выражения для полной активной мощности $P_\Sigma = P_A + P_B + P_C$ и полной реактивной мощности $Q_\Sigma = Q_A + Q_B + Q_C$.

При симметричной нагрузке $P_A = P_B = P_C = P_\phi$, полная активная мощность $P_\Sigma = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi = \sqrt{3}U_L I_L \cos \varphi$, где φ – сдвиг фазы фазного тока относительно одноименного фазного напряжения.

8.2. Вопросы для самопроверки и подготовки к лабораторной работе

1. Что такое трехфазная система ЭДС?
2. Принцип работы трехфазного машинного генератора.
3. Основные схемы соединения трехфазных цепей.
4. Достоинства и недостатки соединения звезда-звезда с нулевым проводом. Векторные диаграммы токов и напряжений при несимметричной емкостной нагрузке.
5. Достоинства и недостатки соединения звезда-звезда без нулевого провода. Понятие смещения нейтрали. Векторные диаграммы токов и напряжений при несимметричной резистивной нагрузке.
6. Достоинства и недостатки соединения звезда-треугольник. Векторные диаграммы токов и напряжений при комплексной резистивно-емкостной симметричной нагрузке.
7. Соотношения между фазными и линейными токами и напряжениями в трехфазных цепях.
8. Активная, реактивная и полная мощность в трехфазной цепи.
9. Измерения активной мощности в трехфазной цепи.

8.3. Лабораторная работа № 8

Исследование трехфазных электрических цепей

Цель работы: исследование режимов работы трехфазных цепей переменного тока при различных способах соединения симметричных и несимметричных нагрузок. Построение векторных диаграмм токов и напряжений в трехфазных цепях.

Описание схемы измерений

Схема измерений на МЭЛ показана на рис.8.5. Трехфазный генератор e_A, e_B, e_C формирует три напряжения с амплитудой около 4 В, частотой 50 Гц, сдвинутые по фазе на 120° . Комплексные фазные нагрузки содержат резисторы $R_a, R_b, R_c = 2\text{ кОм}$ и конденсаторы $C_a, C_b, C_c = 2,2\text{ мкФ}$. Набор этих элементов позволяет формировать симметричные и несимметричные нагрузки (активные, реактивные, комплексные). Дополнительное четвертое комплексное сопротивление $Z_{R_d C_d}$ служит для создания несимметричных нагрузок. Измерения производятся двухлучевым осциллографом и мультиметрами.

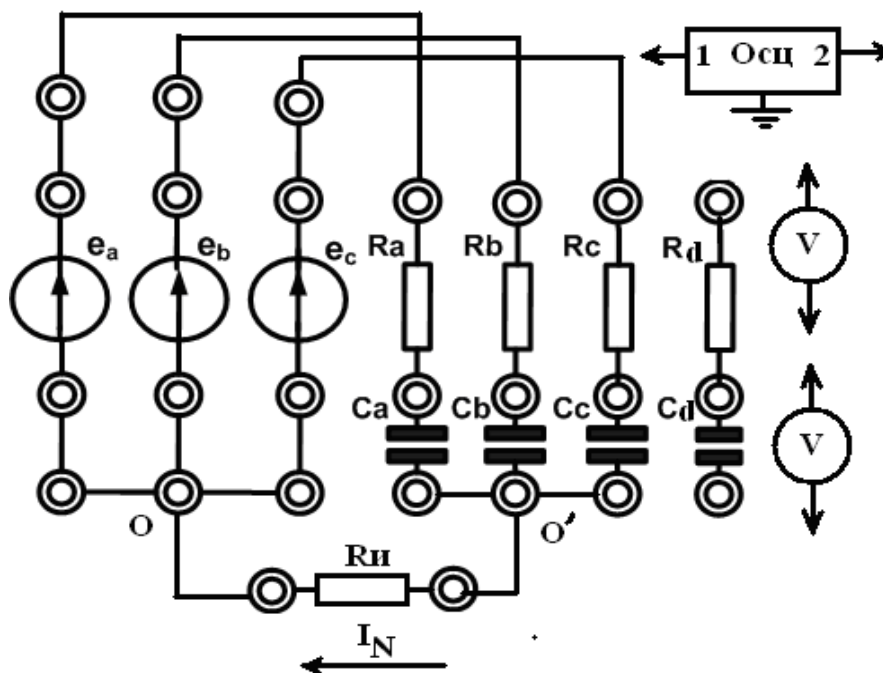


Рис.8.5. Схема измерений на МЭЛ

Схема компьютерного моделирования показана на рис.8.6.

Напряжения на активных и емкостных нагрузках измеряются подключением вольтметров U_A , U_B , U_C . Токи в линейных проводах измеряются амперметрами I_A , I_B , I_C . Ток нейтрали измеряется амперметром I_N . Напряжение смещения нейтрали измеряется вольтметром $U_{00'}$. Все измерительные приборы надо установить в режим «АС». Нейтральный провод подключается ключом «К». Для создания несимметричных нагрузок надо закорачивать или изменять номиналы резисторов и емкостей.

Лабораторное задание

1. Собрать схему измерений рис.8.5 с нейтральным проводом (или схему рис.8.6 с замкнутым ключом K). Для измерения тока в нейтральном проводе использовать измерительное сопротивление $R_n = 10 \text{ Ом}$.

2. Измерить осциллографом параметры трехфазных ЭДС, зарисовать на одном графике временные диаграммы напряжений e_A, e_B, e_C с учетом фазового сдвига. Фазовый сдвиг измерить фазометром или по осциллографу. Измерить мультиметром действующие значения напряжений e_A, e_B, e_C и записать результаты.

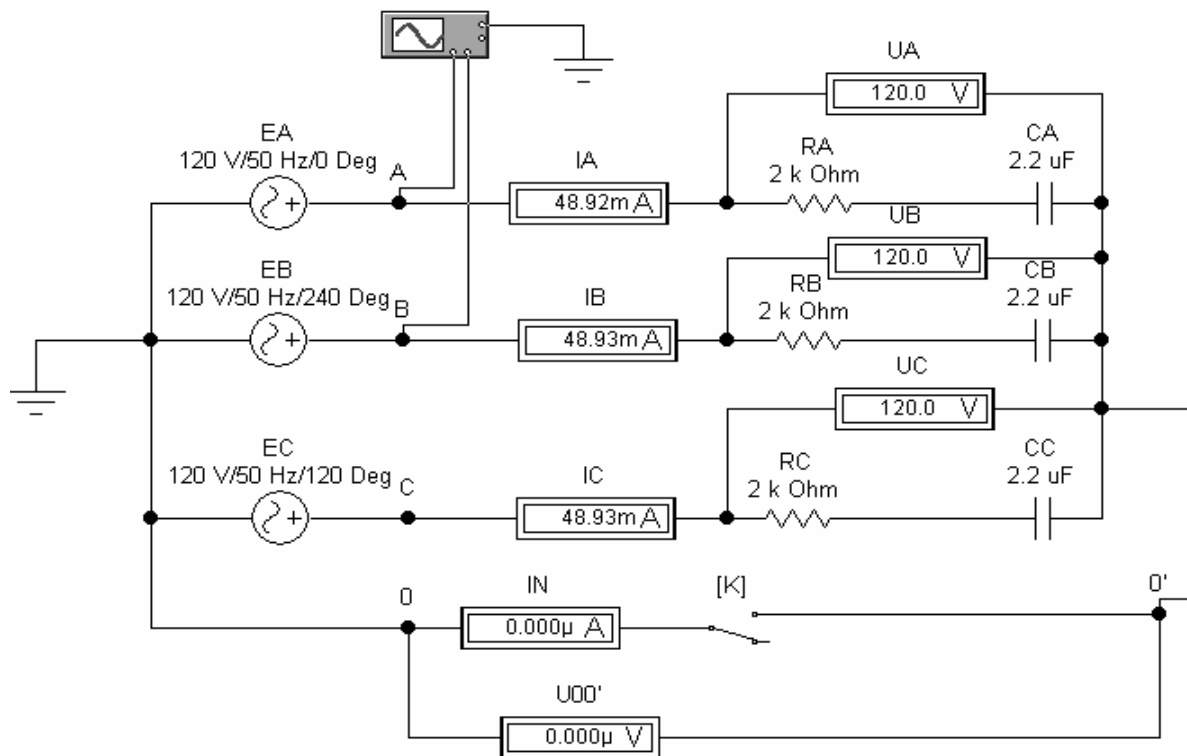


Рис.8.6. Схема компьютерного моделирования

Исследование соединения звезда-звезда

3. Подключить к трехфазному генератору соединенную звездой симметричную активную нагрузку из сопротивлений R_a, R_b, R_c . Мультиметрами провести измерения напряжений на фазных сопротивлениях, измерительном сопротивлении R_u в четырехпроводной системе. Результаты записать в Таблицу 8.1.

4. Разомкнуть нейтральный провод. Мультиметрами провести измерения напряжений на фазных сопротивлениях и напряжение смещения нейтрали $U_{00'}$ в трехпроводной системе. Результаты записать в Таблицу 8.1.

5. Подключить по указанию преподавателя параллельно или последовательно к одному из фазных сопротивлений аналогичное по характеру дополнительное сопротивление. *В компьютерной модели изменить номинал фазного сопротивления.* Повторить измерения п.п. 3 и 4.

Таблица 8.1

Вид нагрузки	Кол. пров.	U_{Ra}	U_{Rb}	U_{Rc}	U_{Ca}	U_{Cb}	U_{Cc}	$U_{00'}$	I_N
Сим. R	4								
Сим. R	3								
Несим. R	4								
Несим. R	3								
Сим. C	4								
Сим. C	3								
Несим. C	4								
Несим. C	3								
Сим. Z	4								
Сим. Z	3								
Несим. Z	4								
Несим. Z	3								
КЗ $\underline{Z}_A$	3								
XX $\underline{Z}_A$	3								

6. Подключить к генератору соединенную звездой симметричную емкостную нагрузку C_a, C_b, C_c . Повторить измерения п.п.3-5. Результаты записать в таблицу 8.1.

7. Подключить к генератору соединенную звездой комплексную нагрузку Z_A, Z_B, Z_C . Повторить измерения п.п. 3-5. Результаты записать в таблицу 8.1.

Короткое замыкание фазы нагрузки

8. Подключить к генератору соединенную звездой симметричную комплексную нагрузку Z_A, Z_B, Z_C без нейтрального провода. Закоротить перемычкой нагрузку Z_A . Провести измерения и записать результаты в таблицу 8.1.

Обрыв линейного провода

9. Подключить к генератору соединенную звездой симметричную комплексную нагрузку Z_A, Z_B, Z_C без нейтрального провода. Отключить линейный провод фазы А. Провести измерения и записать результаты в таблицу 8.1.

Исследование соединения звезда-треугольник

Схема измерений для соединения звезда-треугольник показана на рис. 8.7. Токи в фазах нагрузки обозначены I_{ab}, I_{bc}, I_{ca} . Для измерения линейных токов используется измерительное сопротивление $R_u = 10 \text{ Ом}$. *В компьютерной модели собрать схему, аналогичную рис.8.7.*

10. Подключить к трехфазному генератору соединенную треугольником симметричную комплексную нагрузку Z_{ab}, Z_{bc}, Z_{ca} . Мультиметром измерить линейные напряжения, линейные токи и напряжения на всех элементах нагрузки. Результаты измерений записать в таблицу 8.2.

11. По указанию преподавателя замкнуть **один** из элементов (R или C, но не оба) в одной из фазных нагрузок. Повторить измерения по п.10. Результаты измерений записать в таблицу 8.2.

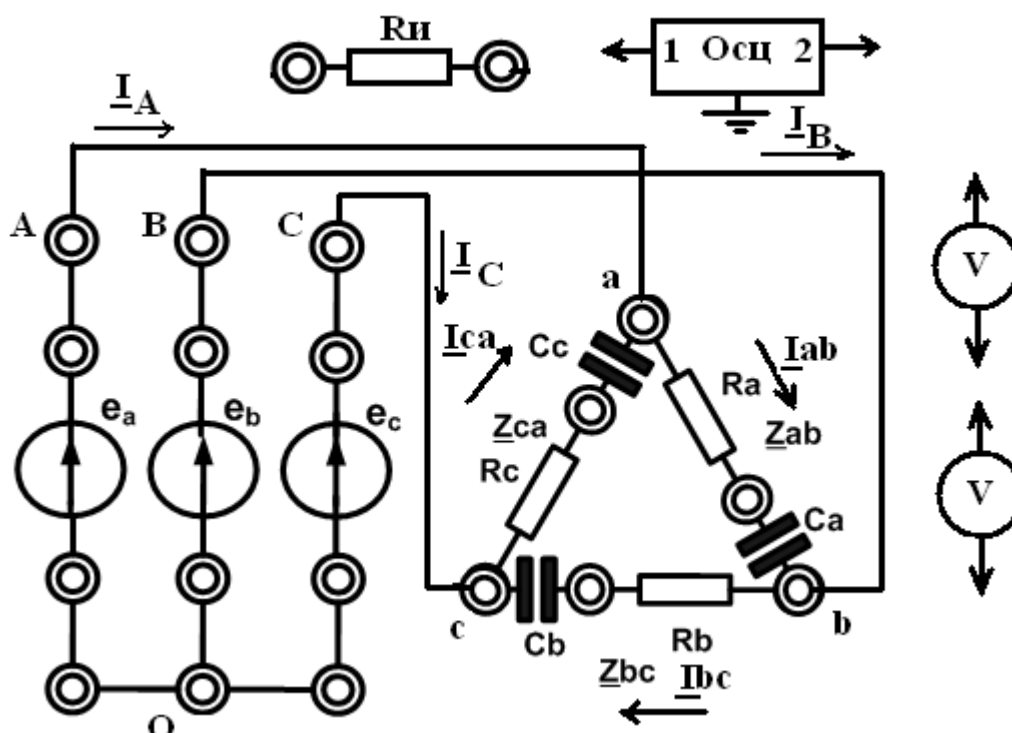


Рис.8.7. Соединение звезда-треугольник

Таблица 8.2

Соединение звезда-треугольник											
Симметричная нагрузка											
U_{ab}	U_{bc}	U_{ca}	I_A	I_B	I_C	U_{Ra}	U_{Ca}	U_{Rb}	U_{Cb}	U_{Rc}	U_{Cc}
Несимметричная нагрузка											
U_{ab}	U_{bc}	U_{ca}	I_A	I_B	I_C	U_{Ra}	U_{Ca}	U_{Rb}	U_{Cb}	U_{Rc}	U_{Cc}

Домашнее задание

1. По результатам измерений таблицы 8.1 для каждого варианта нагрузок построить векторные диаграммы напряжений и токов в трехфазной цепи. Объяснить особенности режимов работы трехпроводной и четырехпроводной цепи при различных нагрузках.

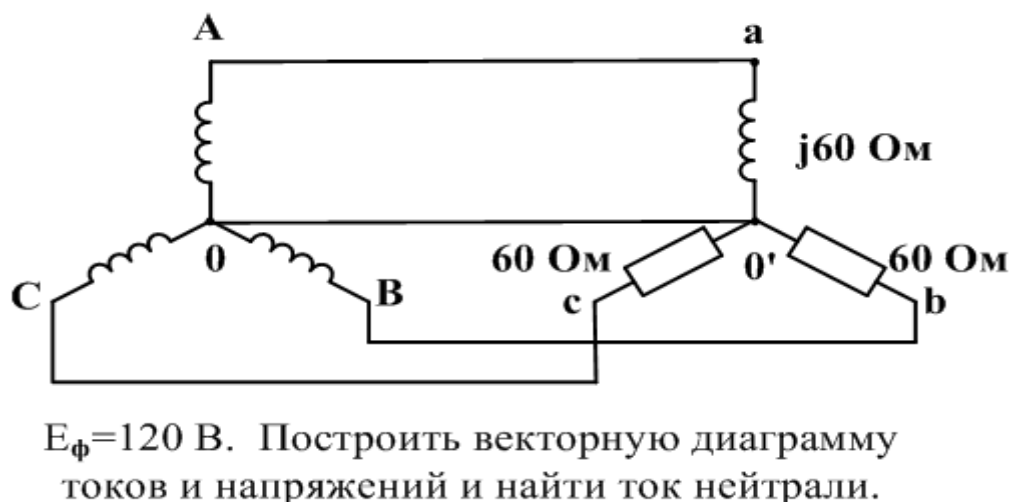
2. Для соединения звезда – звезда рассчитать теоретически при несимметричных нагрузках в четырехпроводной системе ток нейтрали, а в трехпроводной системе напряжение смещения нейтрали. Сравнить расчетные и экспериментальные результаты.

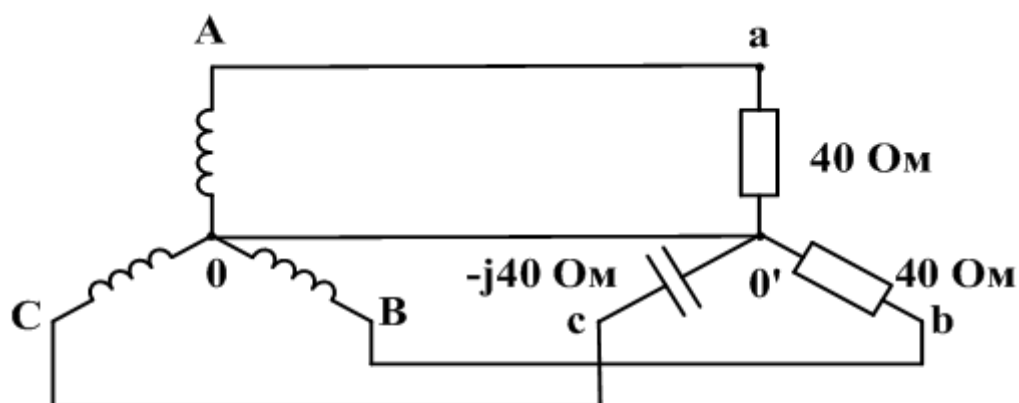
3. Для режима короткого замыкания нагрузки фазы А в трехпроводной системе рассчитать напряжения на элементах фазных нагрузок В и С.

4. Для режима обрыва линейного провода рассчитать напряжения и токи в фазных нагрузках В и С.

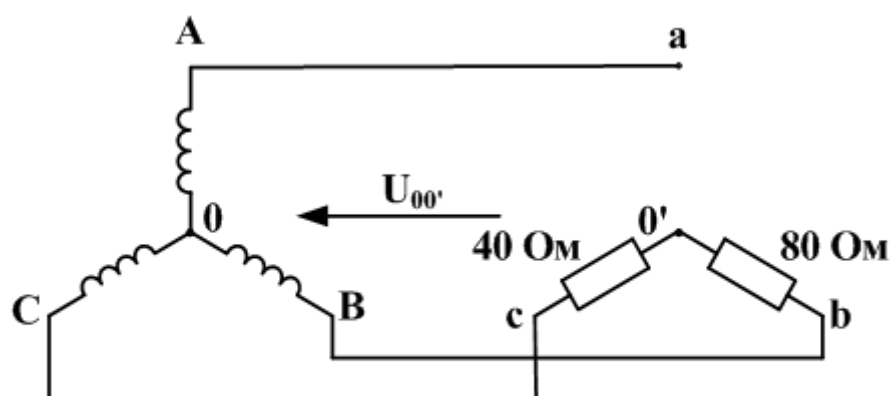
5. По результатам измерений таблицы 8.2 для соединения звезда – треугольник построить векторные диаграммы напряжений и токов. По диаграммам определить сдвиг фаз между линейными напряжениями и токами в нагрузках. Рассчитать активные и реактивные мощности в нагрузках. Определить комплексные значения токов в нагрузках I_{ab} , I_{bc} , I_{ca} . Вычислить по формулам линейные токи I_A , I_B , I_C и сравнить с экспериментальными значениями этих токов.

6. Решить простые задачи по трехфазным цепям.

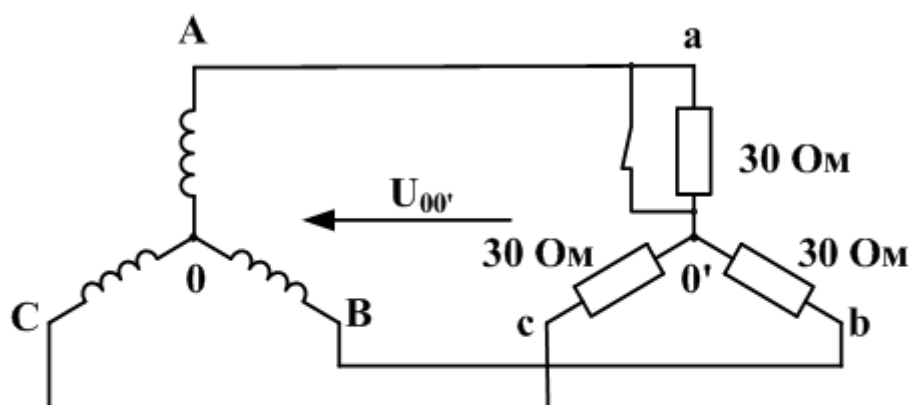




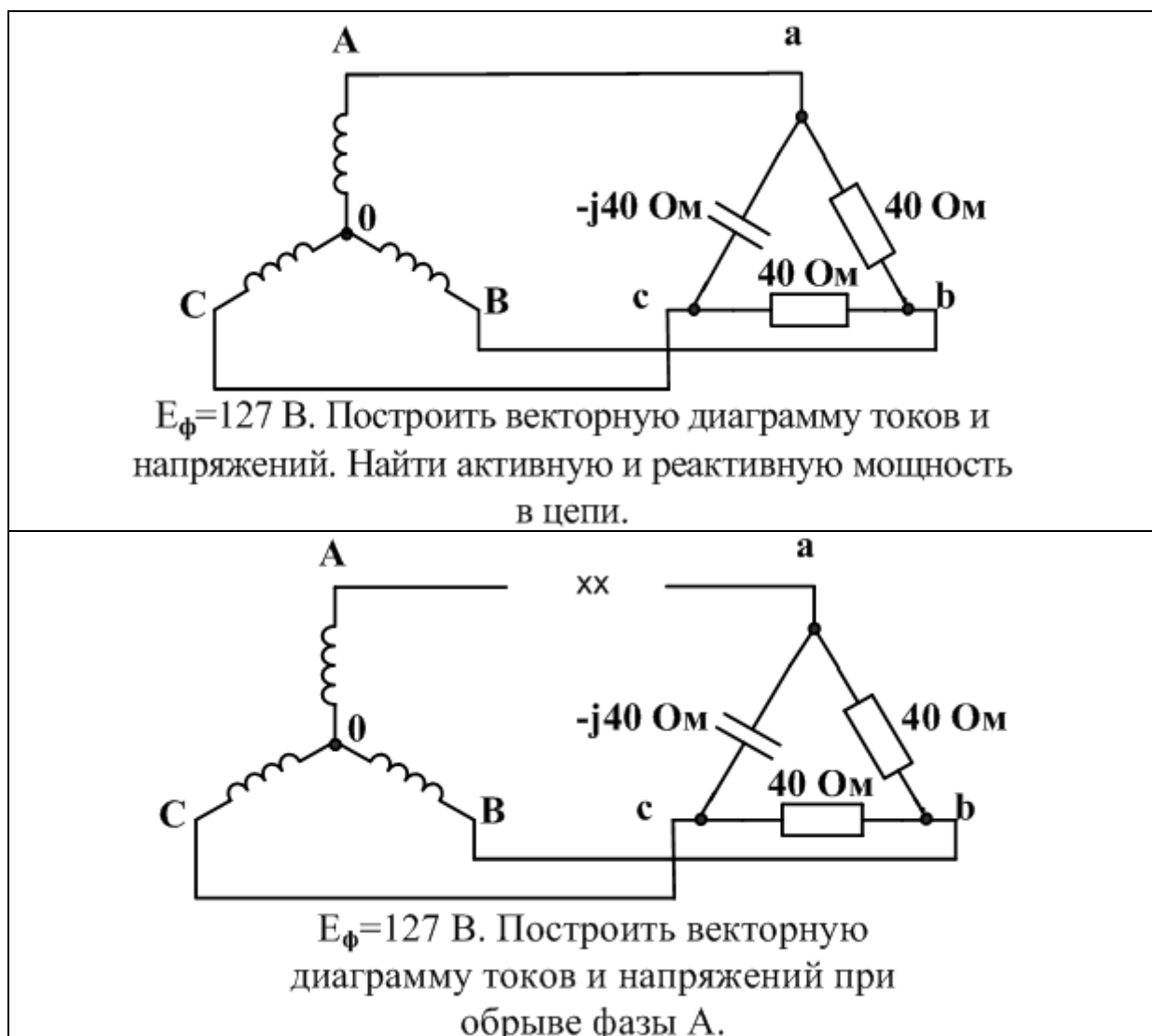
$E_{\phi}=120$ В. Построить векторную диаграмму токов и напряжений и найти ток нейтрали. Найти активную и реактивную мощность в цепи.



$E_{\phi}=120$ В. Построить векторную диаграмму напряжений при обрыве фазы А.



$E_{\phi}=120$ В. Найти напряжение смещения нейтрали и построить векторную диаграмму токов и напряжений при КЗ фазы А.



Глава 9. НЕЛИНЕЙНЫЕ ЦЕПИ ПОСТОЯННОГО ТОКА

9.1. Краткие теоретические сведения и методы расчета нелинейных цепей постоянного тока

Элементы нелинейной цепи. Резисторы, вольтамперные характеристики (ВАХ) которых не являются прямыми линиями, называются нелинейными резисторами (НР), или в более общем определении нелинейными элементами (НЭ). ВАХ НЭ получают экспериментально, подключив НЭ к регулируемому источнику питания и измеряя напряжение на зажимах НЭ и ток через НЭ.

Расчет цепи с нелинейными элементами

Если в электрической цепи имеется один нелинейный

элемент, рис.9.1а, то всю линейную цепь, присоединенную к зажимам $a-b$ НЭ, заменяют эквивалентным генератором, рис.9.1б, ЭДС которого $E_э$ равна напряжению на разомкнутых зажимах $a-b$ $U_{ab\text{ хх}}$, а внутреннее сопротивление равно входному сопротивлению $R_{вх}$ активного линейного двухполюсника по отношению к зажимам $a-b$. Расчет тока в ветви с НЭ производится графически.

Напряжение на зажимах эквивалентного генератора U изменяется в функции тока I по линейному закону: $U = E_э - IR_{вх}$, прямая 1 на рис.9.1в представляет собой ВАХ линейного активного двухполюсника. Напряжение на зажимах НЭ изменяется в функции тока через него согласно ВАХ этого НЭ – кривая 2 на рис. 9.1в. Так как обе ВАХ 1 и 2 представляют собой зависимости между одними и теми же напряжением и током, то пересечение этих характеристик дает рабочую точку «К»: абсцисса этой точки представляет собой напряжение на резисторе $U_{НР}$, а ордината – ток $I_{НР}$ через него.

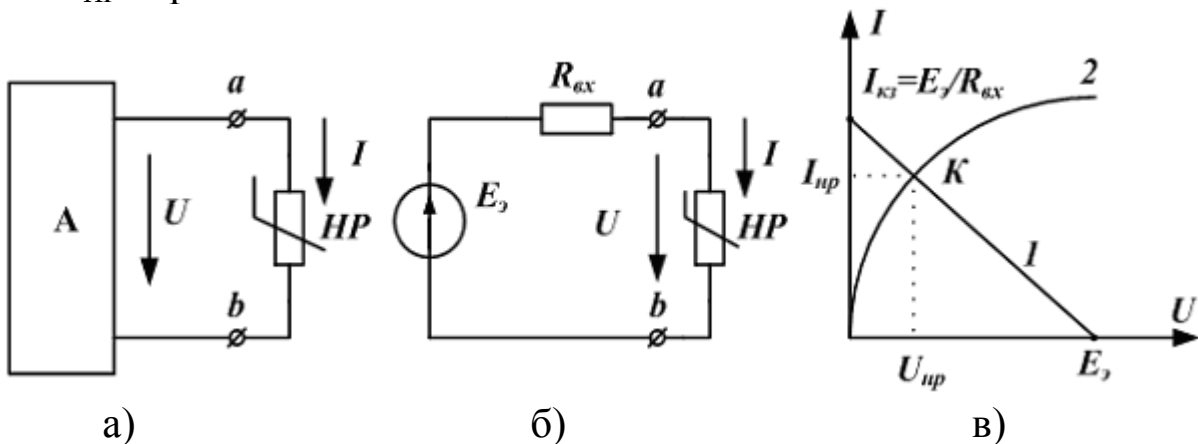


Рис.9.1. Схема и ВАХ цепи с нелинейным элементом

Расчет цепи с несколькими НЭ, ВАХ которых известны, можно провести графически. На рис. 9.2а показана электрическая схема с двумя источниками ЭДС E_1 и E_2 и тремя нелинейными резисторами 1, 2 и 3, ВАХ которых даны на рис.9.2б. К этой схеме применим метод двух узлов.

В соответствии с положительными направлениями токов можно записать уравнение по I закону Кирхгофа:

$$I_1 + I_2 = I_3 \quad (9.1)$$

Численный расчет цепи с нелинейными элементами в Mathcad

Используя Mathcad, выполним расчет цепи (рис.9.2а), в которой графики ВАХ нелинейных элементов аналогичны показаным на рис.9.2.б, $E_1=3\text{В}$, $E_2=2\text{В}$. Аргументом ВАХ является напряжение U (В), функциями являются токи в нелинейных элементах I_1 , I_2 , I_3 (мА).

Расчет разветвленной нелинейной цепи

Дано

$$E1 := 3 \text{ В} \quad E2 := 2 \text{ В} \quad \text{ORIGIN} := 1$$

ВАХ нелинейных элементов задаем в виде векторов-столбцов

$$U := \begin{pmatrix} -5 \\ -4 \\ -3 \\ -2 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix} \quad I1 := \begin{pmatrix} -16 \\ -15 \\ -14 \\ -11 \\ -7 \\ 0 \\ 7 \\ 11 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \end{pmatrix} \quad I2 := \begin{pmatrix} -22 \\ -20 \\ -16 \\ -13 \\ -7 \\ 0 \\ 7 \\ 13 \\ 16 \\ 20 \\ 22 \end{pmatrix} \quad I3 := \begin{pmatrix} -30 \\ -27 \\ -24 \\ -20 \\ -13 \\ 0 \\ 13 \\ 20 \\ 24 \\ 27 \\ 30 \end{pmatrix}$$

Проводим линейную интерполяцию ВАХ

$$x := -5, -4.9 \dots 5$$

$$I1(x) := \text{linterp}(U, I1, x) \quad I2(x) := \text{linterp}(U, I2, x)$$

$$I3(x) := \text{linterp}(U, I3, x)$$

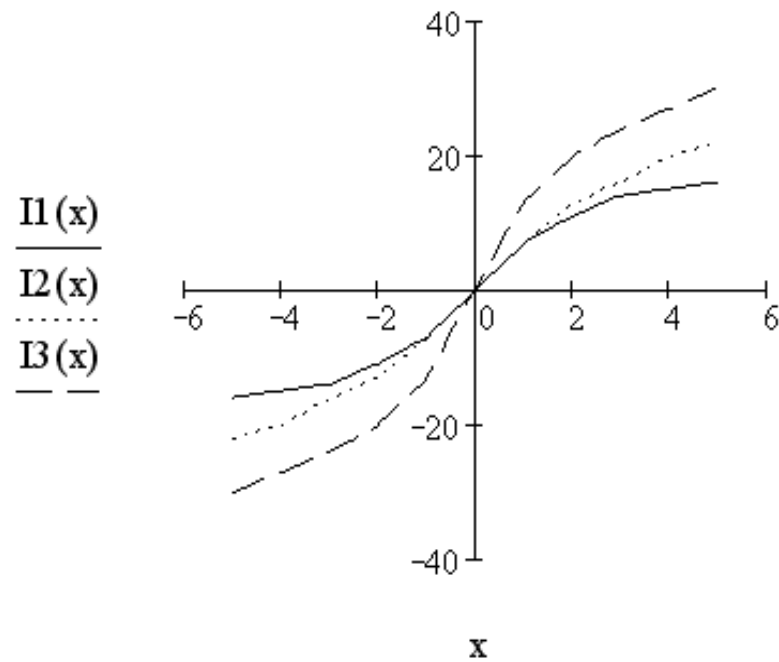


Рис.9.3. Линейная интерполяция ВАХ нелинейных элементов
Напряжение между узлами обозначим X

Диапазон $x := -5, -4.9 \dots 5$

По первому закону Кирхгофа $I_4(x)=0$

$$I_4(x) := I_1(3 - x) + I_2(2 - x) - I_3(x)$$

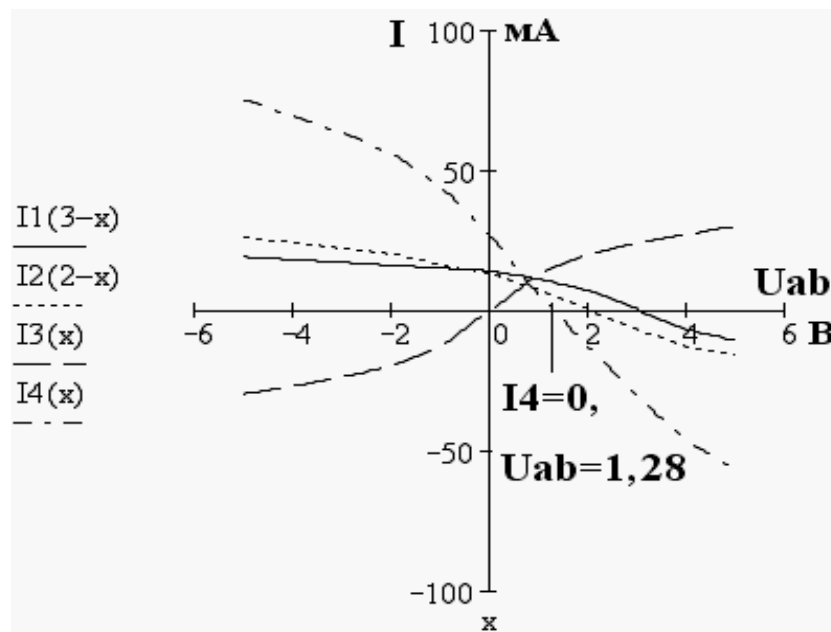


Рис.9.4. Графический расчет нелинейной цепи

Находим численное решение уравнения, используя функцию root:

$$U_{ab} := \text{root}(I_4(x), x, -5, 5)$$

Ответы

$$U_{ab} = 1.278 \text{ В}$$

$$I_1(3 - U_{ab}) = 9.889 \text{ мА} \quad I_2(2 - U_{ab}) = 5.056 \text{ мА}$$

$$I_3(U_{ab}) = 14.944 \text{ мА}$$

$$I_4(U_{ab}) = -1.776 \times 10^{-15} \text{ мА}$$

Рассчитанные токи в ветвях удовлетворяют первому закону Кирхгофа. Функция $\text{root}(f(x), x, a, b)$ имеет четыре параметра: $f(x)$ – выражение, равное нулю в одной или нескольких точках интервала $a < x < b$, x – аргумент, a, b – границы интервала, в котором ищем решение.

Возникновение автоколебаний в цепи с тиристором

Тиристором называют управляемый полупроводниковый прибор с S-образной ВАХ, имеющий лавинный переход в открытое состояние и гистерезисный вид ВАХ. Это позволяет создать релаксационный генератор на тиристоре. Возможная схема генератора и ВАХ показаны на рис. 9.5а,б.

Нелинейный двухполюсник, подключенный к зажимам $a-b$ и содержащий тиристор D_1 , в аноде которого для ограничения тока включен резистор R_1 , а управляющий электрод подключен к зажиму a через резистор R_2 , в отсутствие емкости имеет S-образную ВАХ (рис.9.5.б). При увеличении напряжения U_{ab} от нуля до значения $U_{отп}$ ток через тиристор остается очень малым. При напряжении $U_{отп}$ происходит лавинное отпирание тиристора и ток резко скачком возрастает до значения I_1 на верхнем участке ВАХ. При уменьшении напряжения U_{ab} ток уменьшается и рабочая точка перемещается по ВАХ до значения тока удержания $I_{уд}$. Далее происходит скачок тока на нижний участок ВАХ и тиристор запирается.

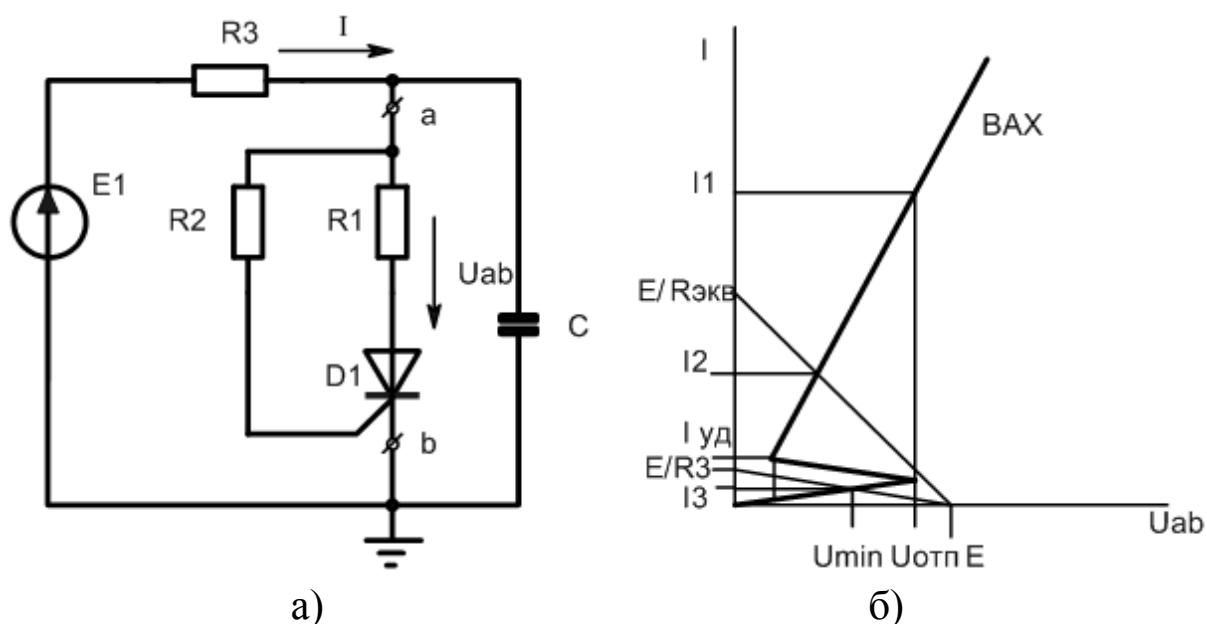


Рис.9.5 Схема релаксационного генератора на тиристоре

В схеме рис.9.5а рабочая точка для источника напряжения E_1 с небольшим внутренним сопротивлением $R_{экв}$ даст ток I_2 , а с большим сопротивлением R_3 можно получить рабочую точку на нижнем участке BAX , где тиристор закрыт. Если в этом случае подключить емкость C к зажимам $a-b$, она будет заряжаться до напряжения $U_{отп}$ (при условии $E > U_{отп}$) и произойдет отпирание тиристора. Рабочая точка переместится на верхний участок BAX с током I_1 . При этом начнется разряд емкости через открытый тиристор, напряжение $U_C = U_{ab}$, будет падать, ток уменьшится до значения $I_{уд}$ и рабочая точка перейдет на нижний участок BAX с током I_3 . Снова начнется заряд емкости и релаксационный цикл повторится. Частота колебаний зависит от параметров тиристора и цепи, величины емкости и напряжения источника. В схеме рис.9.5а устойчивые колебания можно получить, подбирая величины E_1 и R_3 .

9.2. Вопросы для самопроверки и задания для подготовки к лабораторной работе

1. Чем отличаются нелинейные элементы электрических цепей от линейных?
2. Какие свойства имеют вольтамперные характеристики нелинейных резисторов?

3. Как определить статическое и динамическое сопротивление нелинейного резистора?
4. Какие электрические цепи называются нелинейными?
5. Чем отличаются методы расчета нелинейных и линейных цепей?
7. Как экспериментально определяют вольтамперные характеристики нелинейных элементов?
8. Как рассчитать ток в цепи, содержащей источник напряжения и последовательно соединенные линейный и нелинейный резисторы?
9. Как рассчитать ток в цепи, содержащей источник напряжения и параллельно соединенные два нелинейных резистора?
10. Как методом двух узлов рассчитать разветвленную цепь с тремя нелинейными ветвями, содержащими источники напряжения и нелинейные резисторы?
11. Поясните, почему в схеме с тиристором (рис.9.5а) возможно возникновение колебаний.

9.3. Лабораторная работа №9

Исследование нелинейных электрических цепей постоянного тока

Цель работы – опытное определение вольтамперных характеристик нелинейных элементов, исследование режимов работы неразветвленных и разветвленных нелинейных электрических цепей.

Описание лабораторной установки

"Миниатюрная электротехническая лаборатория МЭЛ" на первой панели имеют два регулируемых источника постоянного напряжения E_1 и E_2 , четыре нелинейных элемента НЭ1-НЭ4 с измерительными сопротивлениями $R_{и}=10$ Ом, постоянный резистор R_7 , постоянный резистор R_8 , переменный резистор $R_{н1}$ (рис. 9.6). В схемах нелинейных элементов использованы: тиристор (НЭ1), стабилитроны (НЭ2), транзисторы (НЭ3), диоды (НЭ4) с дополнительными резисторами, обеспечивающими нужную форму нелинейности. Возможно использование и других нелинейных элементов. Измерения напряжений и токов выполняется мультимет-

ром или вольтметром постоянного тока.

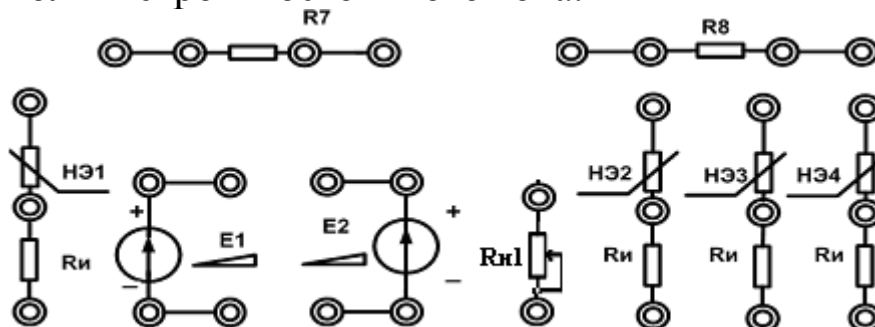


Рис.9.6. Элементы для исследования нелинейных цепей постоянного тока на МЭЛ

Лабораторное задание

Часть 1. Опытное получение ВАХ нелинейных резисторов, используемых в работе

1. Собрать схему для измерения вольтамперных характеристик, показанную на рис.9.7, где "V1"- вольтметр постоянного тока, "V2" - милливольтметр постоянного тока, НЭ - исследуемый нелинейный элемент.

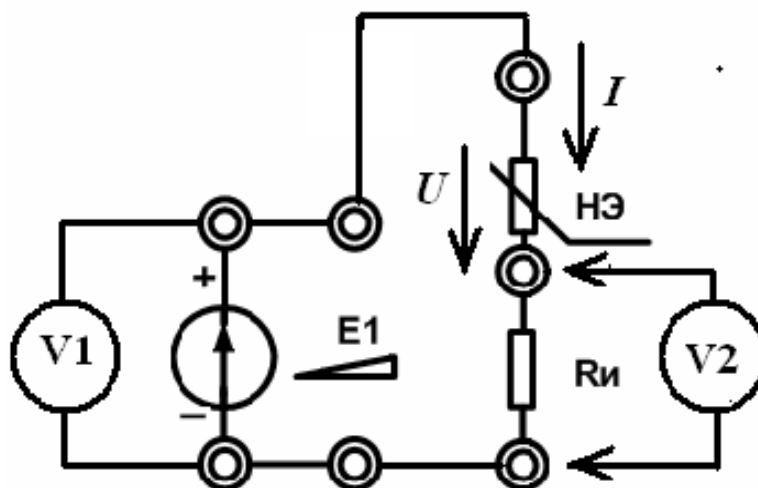


Рис.9.7. Схема измерения вольтамперных характеристик на МЭЛ

Ток в цепи определяем, измеряя вторым милливольтметром V2 напряжение на измерительном сопротивлении $R_{и}=10\text{ Ом}$. В этом случае ВАХ нелинейного элемента измеряется с учетом последовательного сопротивления $R_{и}$.

Схема для компьютерного моделирования и измерения вольтамперных характеристик показана на рис. 9.8.

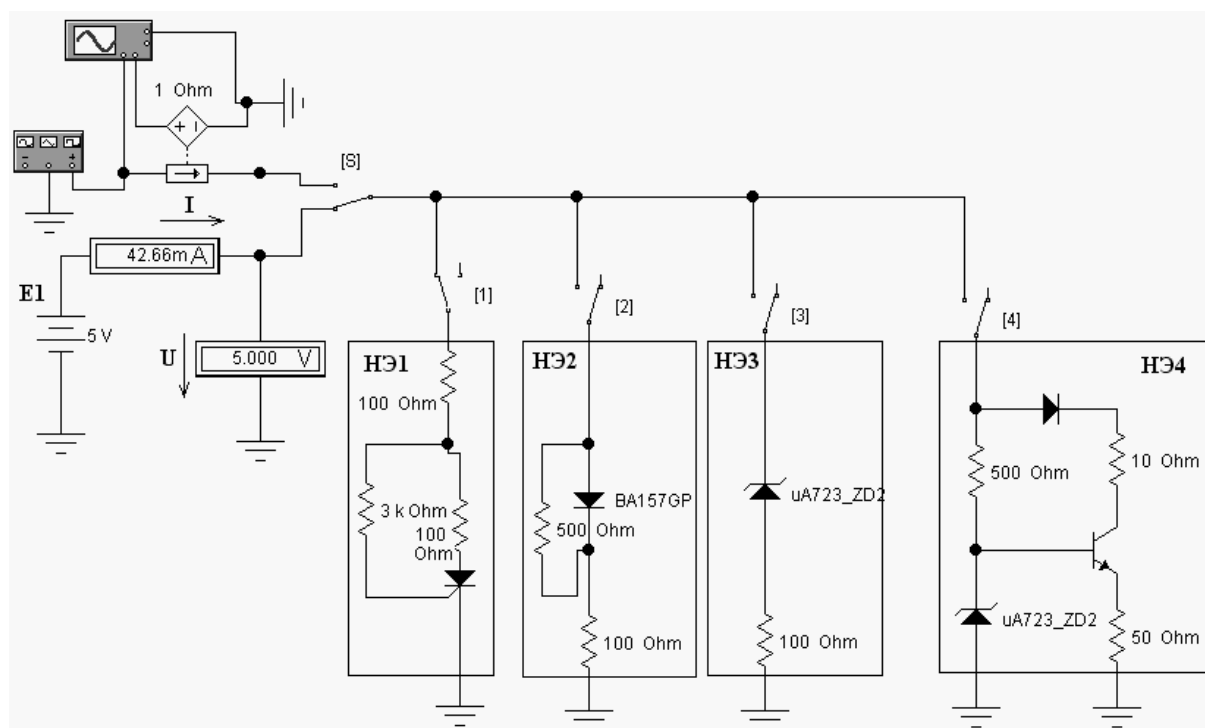


Рис.9.8. Схема компьютерного исследования ВАХ

При нижнем положении ключа S вольтамперная характеристика выбранного ключами 1-4 нелинейного элемента измеряется путем изменения напряжения U батареи E_1 и регистрации амперметром тока I , проходящего через нелинейный элемент.

При верхнем положении ключа S на выбранный нелинейный элемент от функционального генератора подается пилообразное напряжение с амплитудой $20V$ и частотой $1Гц$. Этот пилообразный сигнал подается также на первый вход осциллографа. Управляемый ток источник напряжения подключен ко второму входу осциллографа. Режим развертки осциллографа установлен "В/А". Усиление канала A – $5 V/дел$. Усиление канала B – $50-100 мВ/дел$. При этом на экране осциллографа в соответствующих масштабах можно наблюдать форму вольтамперных характеристик.

2. Изменяя напряжение источника E_1 и полярность его подключения, снять ВАХ для нелинейного элемента НЭ1 в диапазоне изменения напряжения от $-U_{max}$ до $+U_{max}$. Причем регулировку напряжения в положительной области выполнять без отключения источника E_1 сначала увеличивая напряжение до значения $+12 V$, затем уменьшая до нуля. Результаты записать в таблицу 9.1.

Таблица 9.1

U, В		-12	...	-2	0	+2	...	+12
НЭ1		Возрастание напряжения от -12В до +12 В						
	I, мА							
		Убывание напряжения от +12В до -12В						
	I, мА							
НЭ2	I, мА							
НЭ3	I, мА							
НЭ4	I, мА							

3. Для НЭ2, НЭ3, НЭ4 снять ВАХ при возрастании напряжения. Результаты записать в таблицу 9.1.

4. По результатам измерений построить графики ВАХ на миллиметровой бумаге.

5. В компьютерной модели изменение напряжения источника E производить установкой нужного значения на панели "Components properties". После построения графиков ВАХ переключить ключ S в верхнее положение, установить режим работы функционального генератора и осциллографа в соответствии с п.1 и зарисовать осциллограммы ВАХ с экрана осциллографа.

Часть 2. Исследование неразветвленной цепи с нелинейными элементами

5. Схема неразветвленной цепи с одним нелинейным элементом, линейным резистором и источником напряжения показана на рис.9.9.

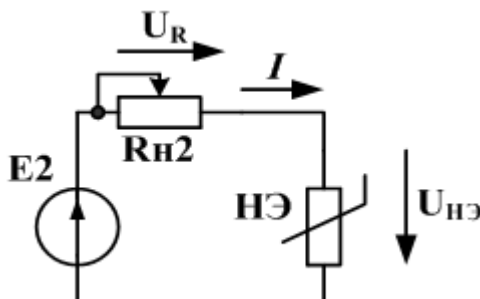


Рис.9.9. Схема неразветвленной нелинейной цепи

Для каждой бригады в таблице 9.2 заданы номинальные значения источника напряжения, линейного резистора, и номер нелинейного элемента.

Таблица 9.2

№№ бриг.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
E_2	6	8	10	-6	-8	-10	6	8	10	-6	-8	-10
R_{H2}	120	100	80	80	120	100	80	100	120	100	120	80
НЭ	НЭ2	НЭ2	НЭ2	НЭ2	НЭ3	НЭ3	НЭ3	НЭ3	НЭ4	НЭ4	НЭ4	НЭ4

Зарисовать схему цепи с заданными значениями параметров, рассчитать графическим методом рабочую точку и найти ток и напряжение на каждом элементе.

6. Собрать схему заданной цепи и экспериментально измерить ток и напряжения на элементах. Сравнить с результатами расчетов.

7. При компьютерном моделировании можно использовать схему рис.9.8, включив дополнительно последовательно с заданным нелинейным элементом резистор R_{H2} и установив требуемое значение напряжения батареи. Напряжение на элементах цепи можно измерять двумя вольтметрами.

Часть 3. Исследование разветвленной цепи с тремя нелинейными элементами

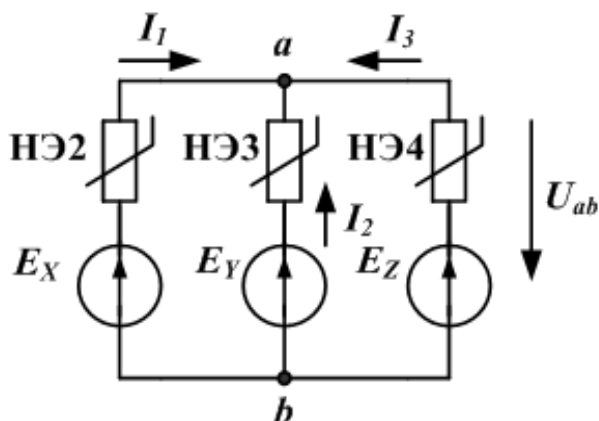


Рис.9.10. Схема разветвленной нелинейной цепи

8. Собрать цепь по рис. 9.10, последовательно разместив в ветвях нелинейные элементы НЭ2, НЭ3, НЭ4. Значения E_X , E_Y и E_Z в вольтах с учетом их полярности для каждой бригады даны в таблице 3, причем один из источников напряжения равен нулю, а два другие надо заменить управляемыми источниками E_1 и E_2 .

Таблица 3

№№ бриг.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
E_X	10	10	6	10	10	10	-10	-10	-6	-8	-10	8
E_Y	0	-8	-6	-10	0	0	0	0	10	8	-10	0
E_Z	8	0	0	0	-6	6	-6	10	0	0	0	10

Тщательно зарисовать схему с заданными параметрами источников напряжения в протокол лабораторной работы.

В компьютерной модели схему разветвленной нелинейной цепи (рис.9.11) можно получить, редактируя схему рис.9.8. Токи в ветвях измеряются амперметрами, напряжение между узлами a, b измеряется вольтметром.

9. Измерить и записать токи во всех ветвях, напряжение между узлами. Проверить выполнение первого закона Кирхгофа.

10. Произвести графический расчет токов в цепи методом двух узлов и сопоставить результаты опыта и расчета.

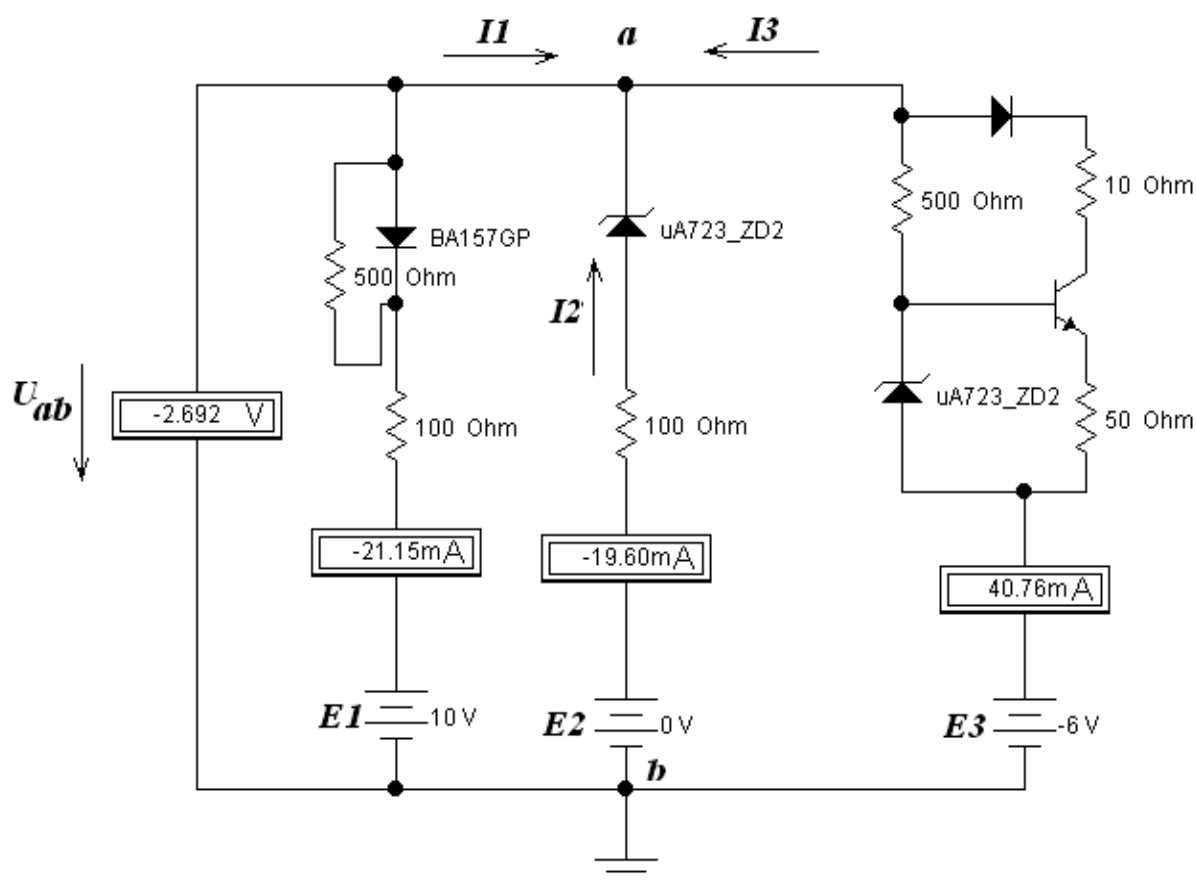


Рис.9.11. Компьютерная модель разветвленной нелинейной цепи

Часть 4. Экспериментальное исследование автоколебаний в схеме с тиристором

11. Измерить сопротивление R_7 мультиметром. Собрать схему 9.5а, взяв источник напряжения E_1 , сопротивление R_7 вместо R_3 , емкость $C_{10}=10$ мкФ и включив между точками a - b нелинейный элемент НЭ₁ с тиристором.

Схема для компьютерного моделирования автоколебаний показана на рис.9.12.

12. Используя ВАХ нелинейного элемента НЭ1 из п.2 лабораторного задания, определить диапазон значений E_1 , в котором при измеренном значении сопротивления R_7 может возникнуть режим автоколебаний.

13. Подключить двухканальный осциллограф к емкости C_{10} и измерительному сопротивлению $R_{и}$. Установить E_1 из выбранного диапазона значений и, плавно изменяя E_1 , добиться возникновения релаксационных колебаний. Наблюдать и зарисовать осциллограммы напряжения на емкости и тока в НЭ1.

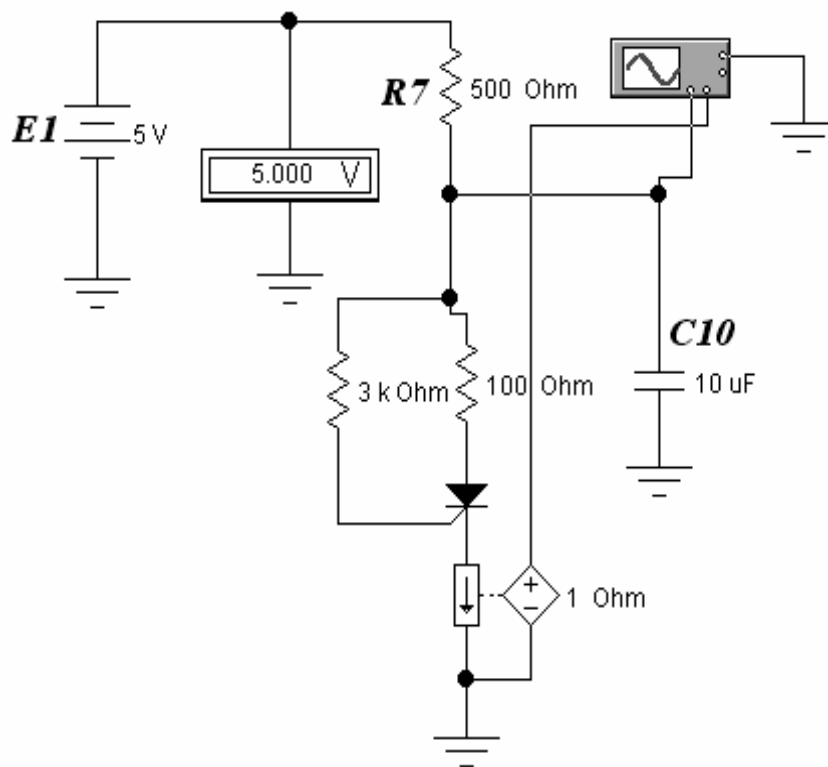


Рис.9.12. Схема компьютерного моделирования автоколебаний

Осциллограммы напряжения на емкости и тока в нелинейном элементе с тиристором в компьютерной модели показаны на рис. 9.13.

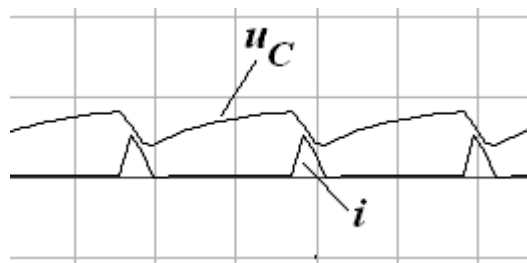
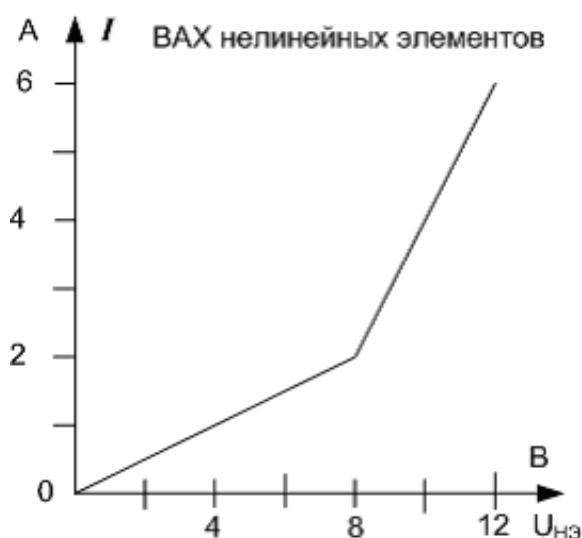


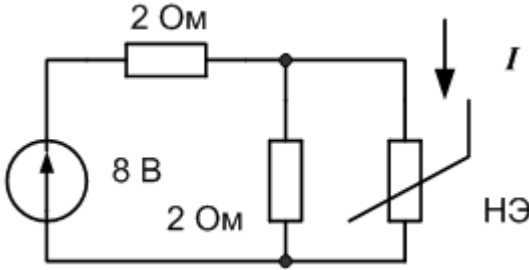
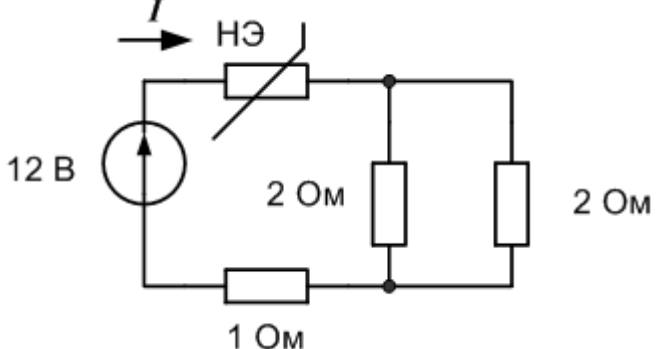
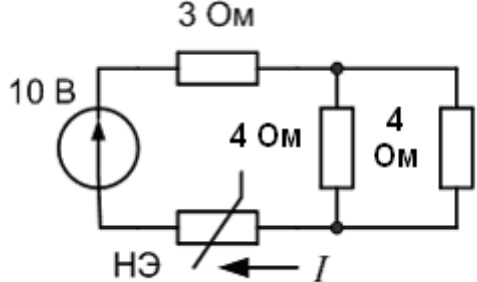
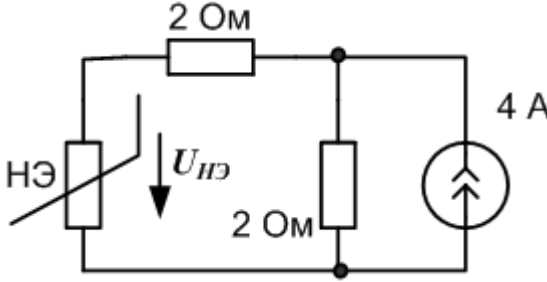
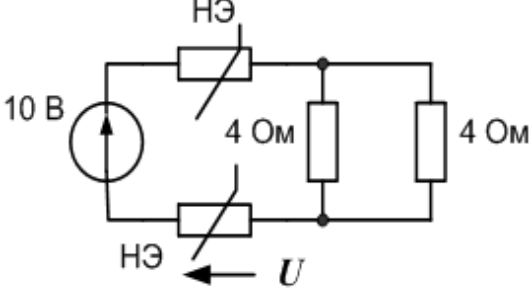
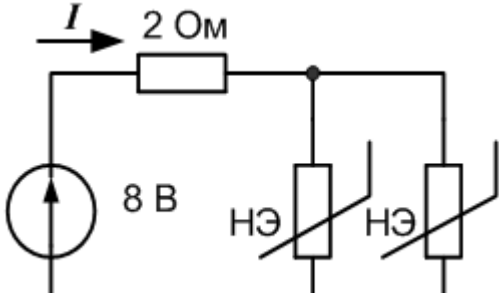
Рис.9.13. Осциллограммы автоколебаний

14. Изменяя E_1 , определить условия срыва колебаний.

Домашнее задание

1. Построить графики ВАХ исследованных нелинейных элементов.
2. Выполнить графические расчеты по п.5, 10, 12.
3. Построить осциллограммы автоколебаний в нелинейной цепи с тиристором.
4. Результаты графических расчетов сравнить с экспериментальными данными и сделать выводы.
5. При оформлении отчета рекомендуем использовать методы численного расчета нелинейной цепи с использованием программы Mathcad, как показано в п.9.1.
6. Решить простые задачи по расчету цепей с нелинейными элементами для заданной ВАХ нелинейных элементов.



 Найти ток в нелинейном элементе	 Найти ток на входе цепи
 Найти ток на входе цепи	 Найти напряжение на нелинейном элементе
 Найти напряжение на нелинейном элементе	 Найти ток на входе цепи

Глава 10. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ, СОДЕРЖАЩИЕ ДИОДЫ

10.1. Краткое теоретическое введение

Выпрямление переменного тока

В данной главе проводится анализ схем однополупериодного и двухполупериодного выпрямления переменного тока с использованием полупроводниковых диодов. ВАХ реального неуправляемого диода (кривая 1, рис 10.1) имеет ветвь прямого тока при $u > 0$ и ветвь обратного тока при $u < 0$. Обратный ток $i_{обр}$ у

качественных диодов очень невелик (единицы микроампер). Прямой ток может достигать у мощных диодов десятков ампер. При теоретическом исследовании процессов выпрямления реальный диод мы заменяем идеальным, имеющим прямоугольную ВАХ (кривая 2, рис. 10.1).

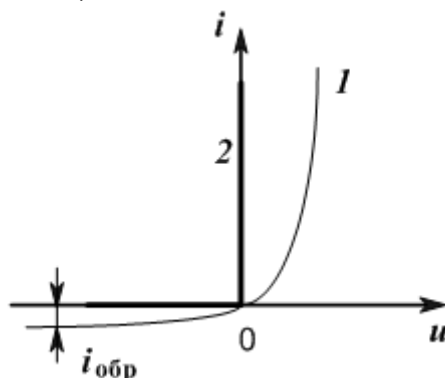


Рис.10.1. Вольтамперная характеристика реального (1) и идеального (2) диода

На рис. 10.2а показана простейшая **схема однополупериодного выпрямления**, работающая на резисторную нагрузку. При входном напряжении $u(t) = U_m \cdot \sin \omega t$ ток и напряжение на R_n имеют вид положительных полувольт рис.10.2б. Моменты отпирания и запираания диода определяются соответственно моментами перехода напряжения и тока через нулевые значения.

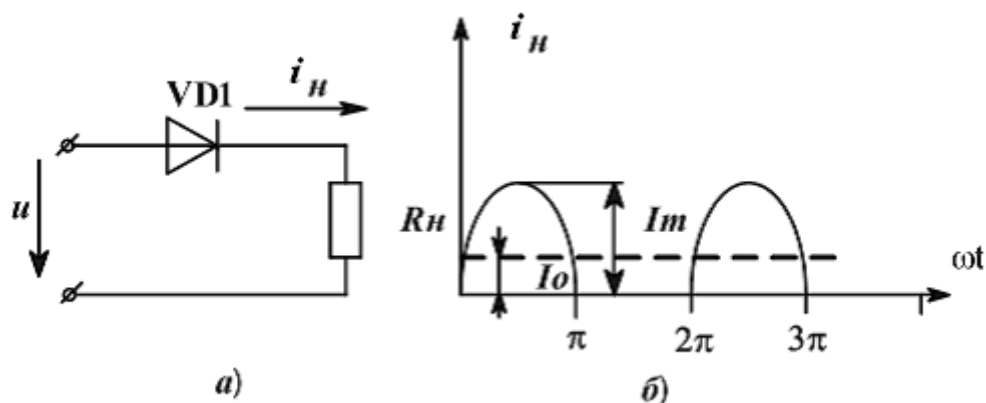


Рис 10.2. Схема однополупериодного выпрямителя

В мостовой **схеме двухполупериодного выпрямления**, рис.10.3, при входном напряжении $u(t) = U_m \cdot \sin \omega t$ ток в нагрузку поступает в каждый полупериод (рис.10.4), и имеет форму

двух положительных полуволн $i_n(t) = \frac{U_m}{R_n} \cdot |\sin \omega t|$. В положительные полупериоды входного напряжения диоды VD₁ и VD₂ открыты, а VD₃ и VD₄ закрыты, в отрицательные полупериоды диоды VD₁ и VD₂ заперты, а VD₃ и VD₄ открыты.

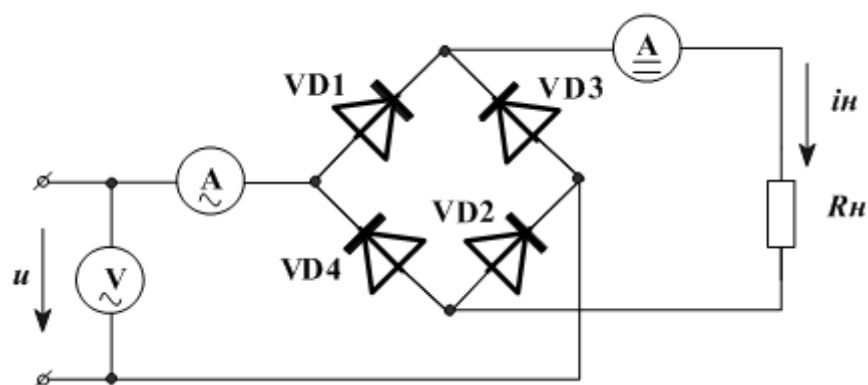


Рис.10.3. Схема двухполупериодного выпрямителя

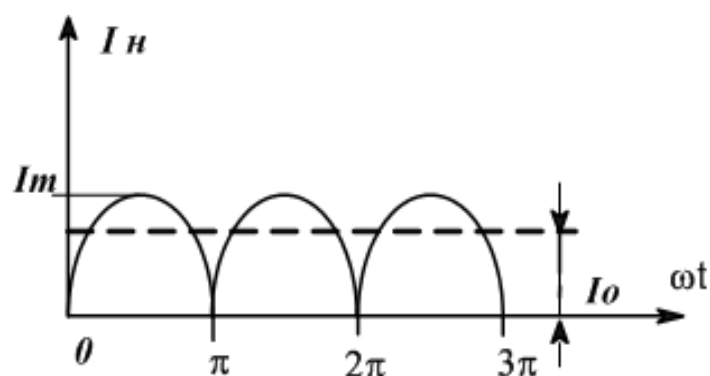


Рис. 10.4. Диаграмма тока в нагрузке двухполупериодного выпрямителя

Напряжение на нагрузке R_n равно $u_n(t) = U_m \cdot |\sin \omega t|$ и будет повторять по форме кривую тока.

Функции $i_n(t)$, $u_n(t)$ в этих случаях состоят из суммы постоянной составляющей и гармоник.

В схеме однополупериодного выпрямления постоянные составляющие напряжения или средние за период значения напряжения $U_0 = \frac{1}{T} \int_0^T u_n dt$ и тока $I_0 = \frac{1}{T} \int_0^T i_n dt$ равны: $U_0 = U_m / \pi$,

$I_0 = I_m / \pi$. Первая, вторая и четвертая гармоники напряжения имеют амплитуды соответственно $U_m / 2$, $2U_m / 3\pi$, $2U_m / 15\pi$.

В схеме двухполупериодного выпрямления постоянные составляющие напряжения и тока в два раза больше, чем в схеме однополупериодного выпрямления. Первая гармоника отсутствует. Вторая, четвертая и шестая гармоники напряжения имеют амплитуды соответственно: $4U_m / 3\pi$, $4U_m / 15\pi$, $4U_m / 35\pi$.

Действующее значение переменного тока в нагрузке $I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_n^2 dt}$. Для схемы двухполупериодного выпрямления $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$,

то есть такое же, как для синусоидального тока.

Для схемы однополупериодного выпрямления действующее значение тока в $\sqrt{2}$ раз меньше, чем в схеме двухполупериодного выпрямления.

Сглаживание пульсаций выпрямленного тока. Емкостной фильтр

Проанализируем работу схемы однополупериодного выпрямления при наличии емкостного фильтра, рис.10.5.

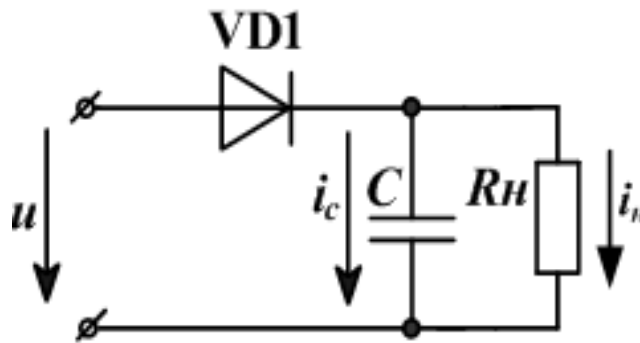


Рис.10.5. Однополупериодный выпрямитель с емкостным фильтром

В открытом состоянии диода $\omega t_1 \leq \omega t \leq \omega t_2$ (рис.10.6) напряжение $u = U_m \sin \omega t$ приложено к нагрузке R_n, C . Емкостный элемент схемы в эти моменты времени заряжается, ток через диод равен сумме токов через резистивный и емкостной элементы.

В момент времени t_2 ток через диод равен нулю, диод закрывается. Угол запираания диода равен: $\omega t_2 = \arctg(-\omega R_H C) = \pi - \arctg(\omega R_H C)$, ток через диод $i(\omega t_2) = 0$, напряжение на конденсаторе $u_c(\omega t_2) = U_m \sin \omega t_2$. После закрытия диода, начиная от t_2 до $(T + t_1)$, происходит разряд конденсатора C на резистор R_H по экспоненциальному закону $u_c = U_m \sin \omega t_2 e^{-(t-t_2)/R_H C}$. Кривая $u_c(t)$ приведена на рис.10.6. В момент t_1 входное напряжение становится равным

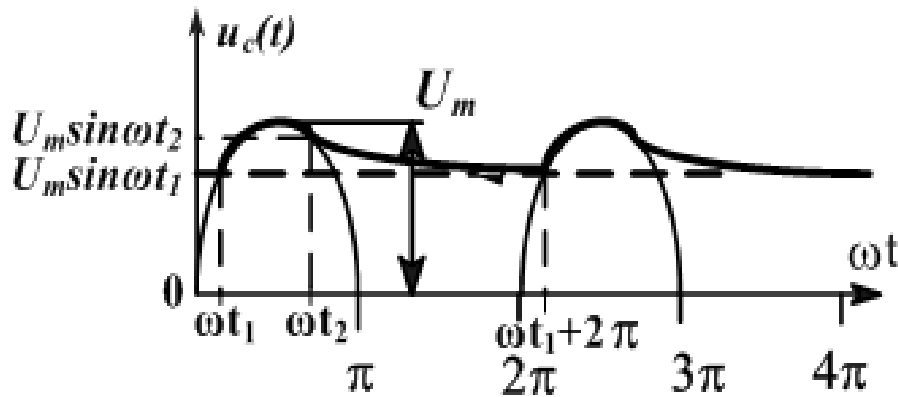


Рис.10.6. Напряжение на емкости фильтра

напряжению на емкостном элементе, диод открывается. Для определения момента открытия диода t_1 запишем равенство:

$$U_m \sin(\omega t_1) = U_m \sin(\omega t_2) e^{\frac{2\pi + \omega t_1 - \omega t_2}{\omega R_H C}} \quad (10.1)$$

Величину ёмкости C практически выбирают так, чтобы при заданной нагрузке выполнялось соотношение $\omega R_H C > 1$, тогда напряжение на ёмкости спадает относительно медленно.

Схема двухполупериодного выпрямителя с емкостным фильтром отличается от рис.10.3 тем, что параллельно сопротивлению нагрузки R_H включается емкость C .

Решение уравнения (10.1) можно выполнить численно, используя Mathcad.

Расчет углов открывания и запираания диода

Исходные данные

$$\begin{array}{lll} \omega := 314 & \frac{1}{C} & M := 10 \\ m := 1 & n := 1..3 & \text{ORIGIN} := 1 \end{array}$$

```

 $\alpha_{n,m} :=$ 
  for  $m \in 1..M$ 
     $t2 \leftarrow \frac{\pi - \text{atan}(m)}{\omega}$ 
     $t11 \leftarrow \text{root} \left[ \sin(\omega \cdot t2) \cdot e^{-\left(\frac{2\pi + \omega \cdot t11 - \omega \cdot t2}{m}\right)} - \sin(\omega \cdot t11), t11, 0, t2 \right]$ 
     $t12 \leftarrow \text{root} \left[ \sin(\omega \cdot t2) \cdot e^{-\left(\frac{\pi + \omega \cdot t12 - \omega \cdot t2}{m}\right)} - \sin(\omega \cdot t12), t12, 0, t2 \right]$ 
     $\alpha_{1,m} \leftarrow \omega \cdot t11 \cdot \frac{180}{\pi}$ 
     $\alpha_{2,m} \leftarrow \omega \cdot t12 \cdot \frac{180}{\pi}$ 
     $\alpha_{3,m} \leftarrow \omega \cdot t2 \cdot \frac{180}{\pi}$ 
   $\alpha_{n,m}$ 

```

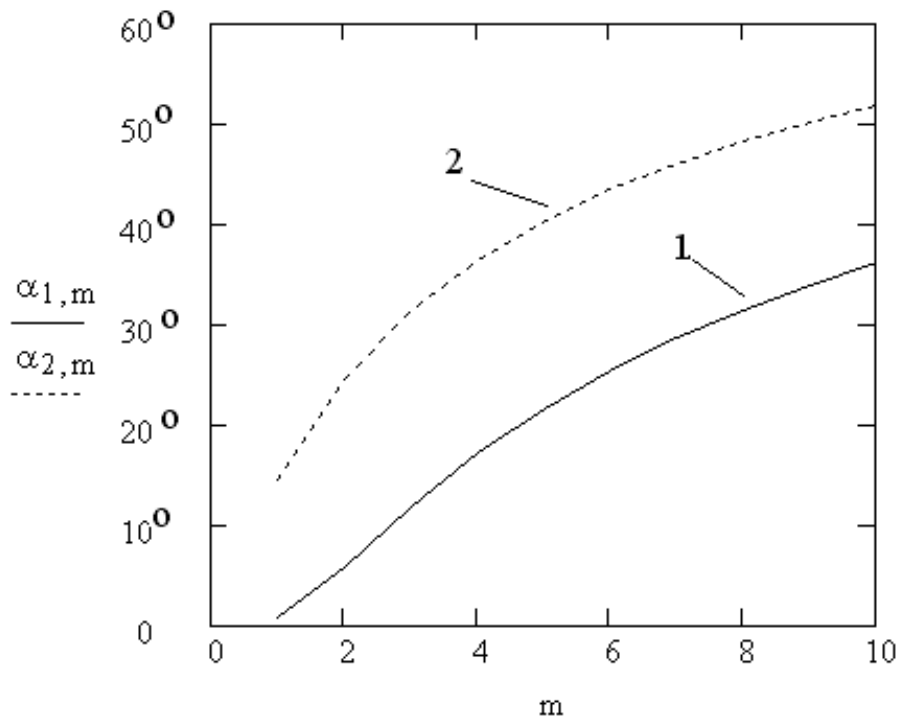


Рис.10.7. Графики углов открывания диодов (1- однополупериодный выпрямитель, 2- двухполупериодный выпрямитель)

В этой программе $m = \omega R_n C = 1 \div 10, M = 10$, t_2 - момент закрывания диода, t_{11} - момент открывания диода в однополупериодном выпрямителе, t_{12} - момент открывания диода в двухполупериодном выпрямителе. Углы открывания, выраженные в градусах, для разных значений m , показаны на рис. 10.7 ($\alpha_{1,m}$ - однополупериодный выпрямитель, $\alpha_{2,m}$ - двухполупериодный выпрямитель).

При $\omega R_n C > 10$ (с погрешностью 5%) можно принять $\omega t_2 = \frac{\pi}{2}$, для расчёта ωt_1 пригодна приближенная формула: $\sin(\omega t_1) = e^{-\frac{1.5\pi + \omega t_1}{\omega R_n C}}$. При этом следует принять значение $\omega t_1 < \pi / 2$

Зная ωt_1 и ωt_2 , найдём постоянную составляющую напряжения на нагрузке U_0 , как среднее значение за период T , в угловом измерении за 2π для однополупериодного выпрямителя и π - для двухполупериодного выпрямителя:

$$U_{01} = \frac{1}{2\pi} \left[\int_{\omega t_1}^{\omega t_2} U_m \sin(\omega t) d\omega t + \int_{\omega t_2}^{(2\pi + \omega t_1)} u_c(t) d\omega t \right].$$

Программа расчета формы выпрямленного напряжения на нагрузке приведена ниже. В расчетах принято, что амплитуда переменного напряжения $U_m = 10 \text{ В}$, $m = \omega R_n C = 5$, U_{01}, U_{C1} - постоянная составляющая и форма напряжения на нагрузке в однополупериодном выпрямителе, U_{02}, U_{C2} - постоянная составляющая и форма напряжения на нагрузке в двухполупериодном выпрямителе.

$$U_m := 10$$

$$U_{01} := \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \left[\int_{\omega \cdot t_{11}}^{\omega \cdot t_2} U_m \cdot \sin(\omega t) d\omega t + \int_{\omega \cdot t_2}^{2\pi + \omega \cdot t_{11}} U_m \cdot \left[\sin(\omega \cdot t_2) \cdot e^{-\left(\frac{\omega t - \omega \cdot t_2}{m}\right)} \right] d\omega t \right]$$

$$U_{01} = 6.662$$

$$U_{02} := \frac{1}{\pi} \cdot \left[\int_{\omega t_{12}}^{\omega t_2} U_m \cdot \sin(\omega t) d\omega t + \int_{\omega t_2}^{\pi + \omega t_{12}} U_m \cdot \left[\sin(\omega \cdot t_2) \cdot e^{-\left(\frac{\omega t - \omega t_2}{m}\right)} \right] d\omega t \right]$$

$$U_{02} = 8.356$$

$$UC1(\omega t) := \begin{cases} (U_m \cdot \sin(\omega t)) & \text{if } \omega \cdot t_{11} < \omega t < \omega \cdot t_2 \\ \left[U_m \cdot \left[\sin(\omega \cdot t_2) \cdot e^{-\left(\frac{\omega t - \omega t_2}{m}\right)} \right] \right] & \text{if } \omega \cdot t_2 < \omega t < 2 \cdot \pi + \omega \cdot t_{11} \end{cases}$$

$$UC2(\omega t) := \begin{cases} (U_m \cdot \sin(\omega t)) & \text{if } \omega \cdot t_{12} < \omega t < \omega \cdot t_2 \\ \left[U_m \cdot \left[\sin(\omega \cdot t_2) \cdot e^{-\left(\frac{\omega t - \omega t_2}{m}\right)} \right] \right] & \text{if } \omega \cdot t_2 < \omega t < \pi + \omega \cdot t_{12} \end{cases}$$

$$UC2(\omega t) := \begin{cases} (U_m \cdot \sin(\omega t)) & \text{if } \omega \cdot t_{12} < \omega t < \omega \cdot t_2 \\ \left[U_m \cdot \left[\sin(\omega \cdot t_2) \cdot e^{-\left(\frac{\omega t - \omega t_2}{m}\right)} \right] \right] & \text{if } \omega \cdot t_2 < \omega t < \pi + \omega \cdot t_{12} \\ (|U_m \cdot \sin(\omega t)|) & \text{if } \omega \cdot t_{12} + \pi < \omega t < \omega \cdot t_2 + \pi \\ \left[|U_m \cdot \sin(\omega \cdot t_2 + \pi)| \cdot \left[e^{-\left(\frac{\omega t - \omega t_2 - \pi}{m}\right)} \right] \right] & \text{if } \omega \cdot t_2 + \pi < \omega t < 2 \cdot \pi + \omega \cdot t_{12} \end{cases}$$

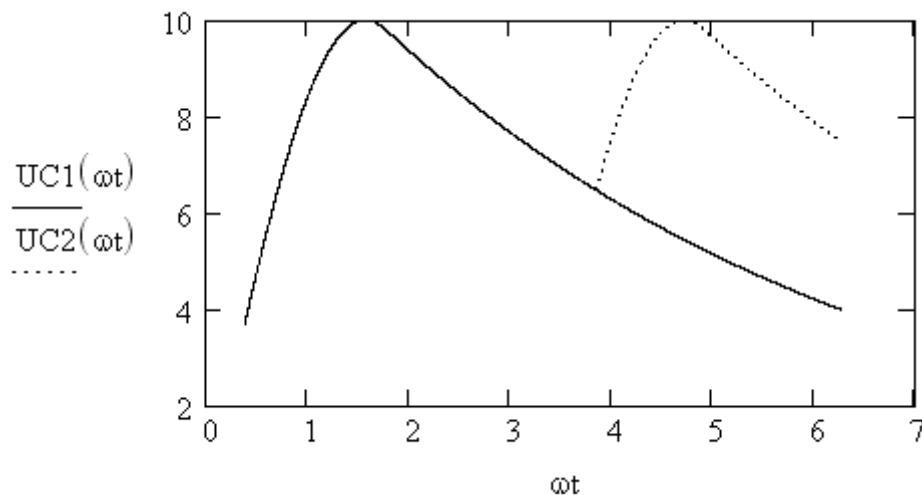


Рис.10.8. Графики напряжения на нагрузке в однополупериодном ($UC1(\omega t)$) и двухполупериодном ($UC2(\omega t)$) выпрямителе при $m = \omega R_H C = 5$

Степень пульсации напряжения или тока в нагрузке можно оценить коэффициентом пульсации $K_{\text{п}} = (U_{\text{max}} - U_{\text{min}}) / U_0$

Π-образный фильтр низких частот

Π-образный фильтр низких частот включают между выпрямителем и нагрузкой.

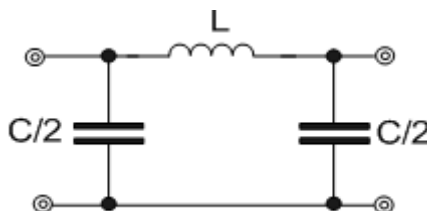


Рис.10.9. Π – образный LC- фильтр низких частот

Наибольшее сглаживание пульсаций получают в симметричном фильтре. Для фильтра типа "К" параметр $k = \sqrt{\frac{L}{C}} = R_n$, $\underline{Z}_1 = j\omega L$, $2\underline{Z}_2 = -j\frac{2}{\omega C}$. Коэффициент передачи по напряжению для гармонических составляющих пульсаций можно вычислить по формуле:

$$K_U(\omega) = \left| \frac{R_n}{\left(1 + \frac{\underline{Z}_1}{2\underline{Z}_2}\right) \cdot R_n + \underline{Z}_1} \right| \quad (10.2)$$

Частота среза ФНЧ $\omega_c = \frac{2}{\sqrt{LC}}$ для однополупериодного выпрямителя должна быть в 2-3 раза меньше частоты первой гармоники, а для двухполупериодного выпрямителя в 2-3 раза меньше частоты второй гармоники.

10.2. Вопросы для самопроверки и подготовки к лабораторной работе

1. Нарисуйте вольтамперные характеристики идеального и реального диода.

2. Нарисуйте схему однополупериодного выпрямителя и объясните его назначение и работу.
3. Нарисуйте схему двухполупериодного выпрямителя и объясните его назначение и работу.
4. Как рассчитать постоянное напряжение в активной нагрузке однополупериодного и двухполупериодного выпрямителя без сглаживающего фильтра? На сколько отличаются эти напряжения?
5. Для чего применяют сглаживающий емкостной фильтр в выпрямителях?
6. Как меняется напряжение на емкости сглаживающего фильтра в однополупериодном выпрямителе?
7. Как меняется напряжение на емкости сглаживающего фильтра в двухполупериодном выпрямителе?
8. Как рассчитать постоянное напряжение в активной нагрузке однополупериодного и двухполупериодного выпрямителя со сглаживающим фильтром? Какое наибольшее значение может иметь это напряжение и при каких условиях?
9. Сравните достоинства и недостатки однополупериодного и двухполупериодного выпрямителя.
10. Как определить требуемую полосу пропускания сглаживающего LC-фильтра, работающего с выпрямителями?

10.3. Лабораторная работа №10

Исследование электрических цепей, содержащих диоды

Цель работы заключается в изучении работы одно- и двухполупериодных схем выпрямления, сглаживания пульсаций с помощью простейших фильтров, расчета токов и напряжений в нагрузке и сопоставлении результатов расчета и эксперимента.

Лабораторное задание

1. Схема измерений на МЭЛ показана на рис.10.10 и включает в себя: генератор сигналов ГС, диодный мост из диодов VD1, VD2, VD3, VD4, постоянное сопротивление нагрузки $R_{20} = 1 \text{ кОм}$, измерительные сопротивления $R_{и1} = 10 \text{ Ом}$ и $R_{и2} = 10 \text{ Ом}$, емкости $C_{11} = 10 \text{ мкФ}$, $C_{12} = 10 \text{ мкФ}$, индуктивность $L_8 = 10 \text{ мГн}$. Измерения проводятся мультиметром и осциллографом.

А. Исследование однополупериодного выпрямителя

2. Собрать схему однополупериодного выпрямителя с сопротивлением нагрузки R_{20} . Для этого гнездо 2Г (Рис. 10.10) соединить с гнездом 2Д, а гнездо 1Ж соединить с гнездом 2И. При этом диоды VD2, VD3, VD4 не работают и выпрямление выполняет только диод VD1.

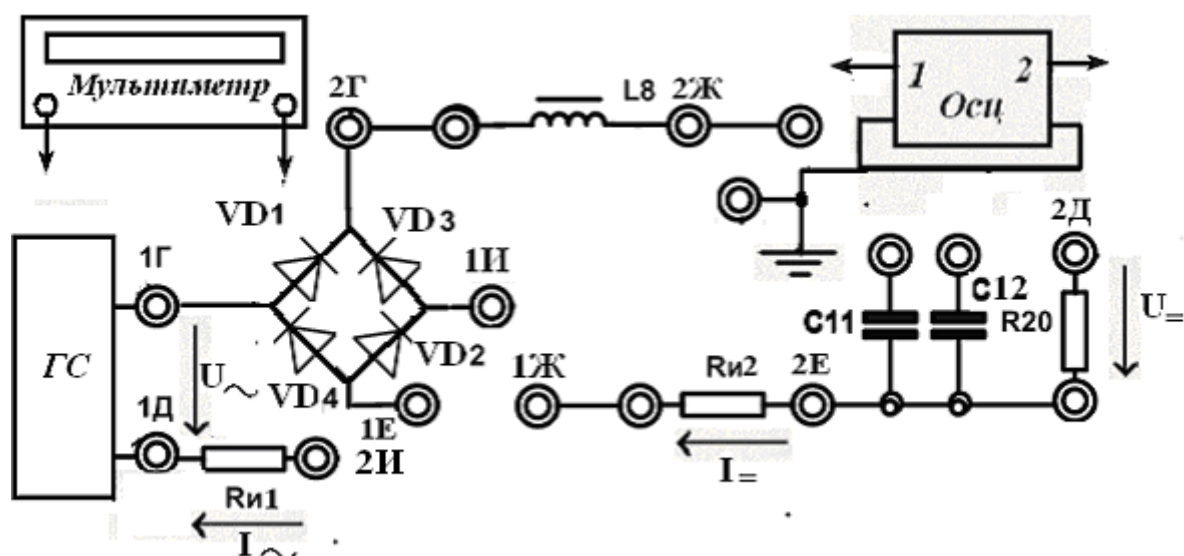


Рис.10.10. Схема реального моделирования выпрямителей

3. Подключить «общий» вывод осциллографа к гнезду 1Д, первый вход – к гнезду 1Г, второй вход – к гнезду 2Д.

4. Схема для компьютерного моделирования показана на рис.10.11.

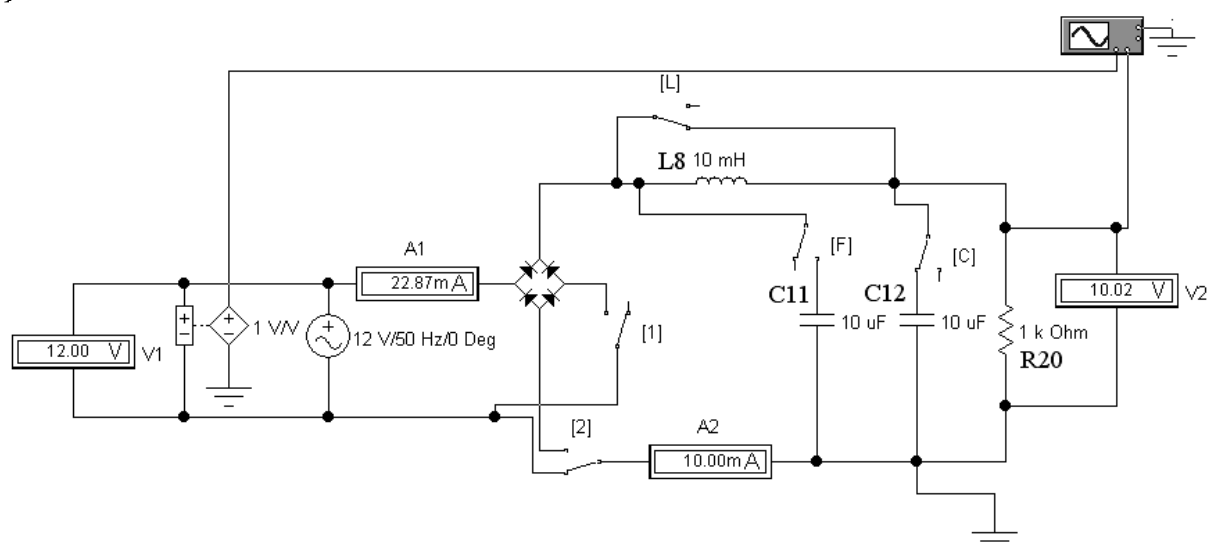


Рис.10.11. Схема компьютерного моделирования выпрямителей

В компьютерной модели источником сигнала является генератор синусоидального напряжения. Переменный ток измеряется амперметром A1 в режиме AC. Постоянный ток в нагрузке измеряется амперметром A2 в режиме DC. На рис. 10.11 показан однополупериодный выпрямитель. Если замкнуть ключ 1 и переключить ключ 2 в верхнее положение, получим двухполупериодный выпрямитель. Для гальванической развязки входной цепи осциллографа и выходной цепи использован управляемый напряжением источник напряжения. Вольтметр V1 работает в режиме AC, вольтметр V2 - в режиме DC. Ключами C, F, L включаются элементы сглаживающих фильтров.

5. Установить на генераторе частоту синусоидального сигнала по указанию преподавателя в диапазоне от 50 до 200 Гц, амплитуду 5 В.

6. Установить равное усиление в первом и втором канале осциллографа, подобрать длительность развертки так, чтобы на экране наблюдались 2-3 периода входного сигнала. Зарисовать осциллограммы с соблюдением масштабов напряжения и времени.

7. Измерить мультиметром входное переменное напряжение $U_{\sim}$, входной переменный ток $I_{\sim}$, постоянное напряжение на нагрузке $U_{=}$, постоянный ток в нагрузке $I_{=}$. Измерение тока в реальной модели МЭЛ-2 следует, измеряя вольтметром напряжения на измерительных сопротивлениях $R_{и1}$, $R_{и2}$. Записать результаты в протокол. *В компьютерной модели измерения проводятся виртуальными приборами V1, V2, A1, A2.*

8. Подключить параллельно сопротивлению нагрузки емкость C_{11} . Повторить измерения по п.п. 6 и 7.

9. Увеличить частоту сигнала генератора в 10 раз. Повторить измерения по п.п. 6 и 7.

10. Увеличивая частоту сигнала, добиться примерного равенства постоянного выпрямленного напряжения и амплитуды гармонического сигнала. Такой выпрямитель называют пиковым детектором. Записать частоту сигнала и повторить измерения по п.п. 6 и 7.

Б. Исследование двухполупериодного выпрямителя

11. В схеме рис.10.10 отключить емкость C_{11} , разомкнуть соединение клемм 1Ж и 2И. Соединить клеммы 2И с 1И, 1Е с 1Ж. В результате сопротивление R_{20} будет подключено к мостовой схеме двухполупериодного выпрямителя с диодами VD1, VD2, VD3, VD4.

12. Вывод "Общий" осциллографа подключить к клемме 2Е, вход 1 подключить к сопротивлению R_{20} , вход 2 выключить. Установить на генераторе частоту и напряжение из п.5.

13. В компьютерной модели замкнуть ключ 1, переключить ключ 2 в верхнее положение, разомкнуть ключи С, F, L.

14. Зарисовать осциллограмму напряжения на сопротивлении R_{20} . Измерить мультиметром входное переменное напряжение $U_{\sim}$, входной переменный ток $I_{\sim}$, постоянное напряжение на нагрузке $U_{=}$, постоянный ток в нагрузке $I_{=}$. Измерение тока проводить, измеряя вольтметром напряжения на измерительных сопротивлениях $R_{и1}$, $R_{и2}$. Записать результаты в протокол.

15. Подключить параллельно R_{20} емкость C_{11} . Повторить исследования по п.14.

16. Подключить к индуктивности L_8 емкости C_{11} и C_{12} так, чтобы образовался П-образный сглаживающий ФНЧ. Рассчитать частоту среза ФНЧ по формуле $f_c = \frac{1}{\pi\sqrt{LC}}$. Установить частоту сигнала генератора $f > 1,5 f_c$. Повторить исследования по п.14.

Домашнее расчетное задание

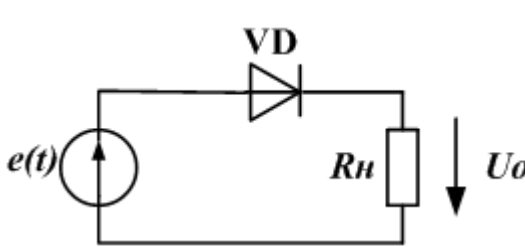
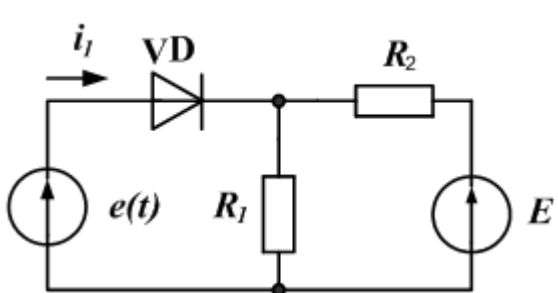
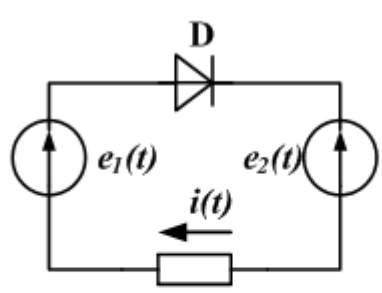
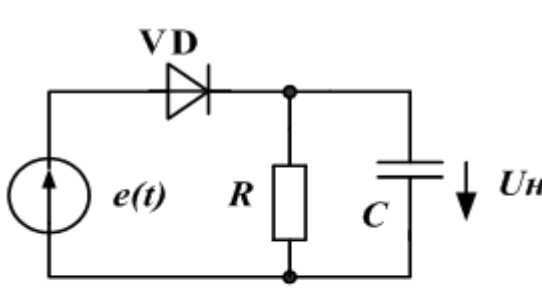
1. Построить графики напряжения на нагрузке для всех исследованных схем.

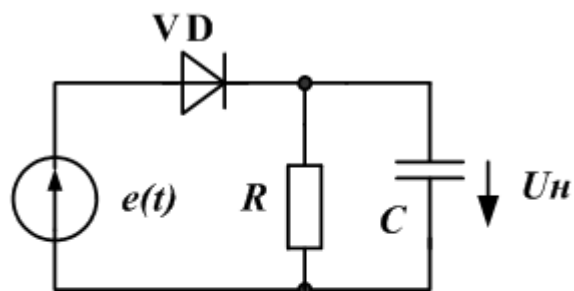
2. При входном напряжении из п.5 лабораторного задания рассчитать для однополупериодного и двухполупериодного выпрямителя величины углов ωt_1 , ωt_2 и постоянную составляющую напряжения U_0 на резистивной нагрузке R_{20} при шунтировании ее емкостью C_{11} . Сравнить результаты расчета с экспериментальными результатами.

3. Для исследованных схем выпрямителей определить по экспериментальным данным U_{max} , U_{min} , U_0 , I_0/I , коэффициент пульсаций K_p и сделать выводы о свойствах выпрямителей и сглаживающих цепей.

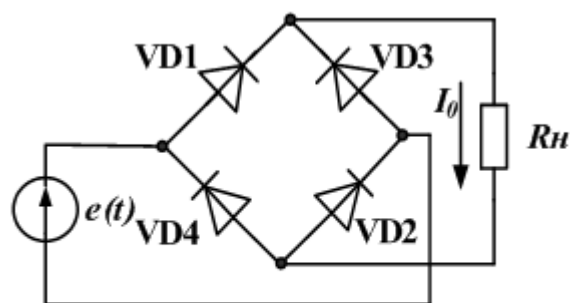
4. Используя частоту и напряжение сигнала из п.16, рассчитать и построить спектр напряжения на выходе диодного моста двухполупериодного выпрямителя. Рассчитать коэффициент передачи сглаживающего П-образного ФНЧ на постоянном напряжении и второй гармонике сигнала.

5. Решить задачи:

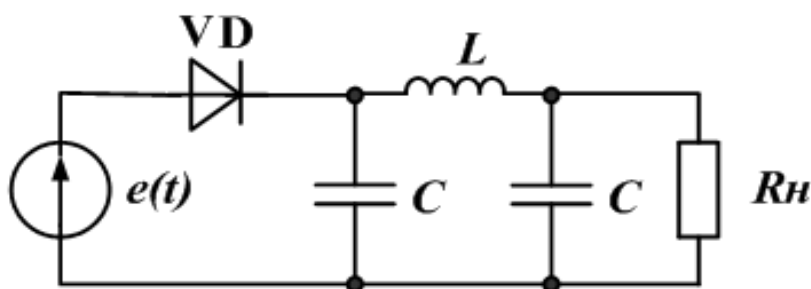
 $e(t) = 14 \sin 314t$ В, $R_n = 1$ кОм. Найти постоянную составляющую напряжения на нагрузке	 $e(t) = 10 \sin 300t$ В, $E = 10$ В, $R_1 = R_2 = 2$ кОм. Построить график тока i_1.
 $e_1(t) = 10 \sin 300t$ В, $e_2(t) = 5 \sin 150t$ В. Построить график тока в сопротивлении	 $e(t) = 10 \sin 800t$ В, $R = 1$ кОм, $C = 10$ мкФ. Определить углы открывания и запираания диода и построить график напряжения на нагрузке



$e(t) = 10 \sin 800t \text{ В}$, $R = 1 \text{ кОм}$,
 $C = 10 \text{ мкФ}$. Найти
 постоянную составляющую



$e(t) = 7 \sin 314t \text{ В}$, $R_n = 1 \text{ кОм}$. Найти
 постоянную составляющую тока I_0 .



$e(t) = 5 \sin 100t \text{ В}$, $R_n = 1 \text{ кОм}$.
 Рассчитать П-образный LC-
 фильтр для выпрямителя

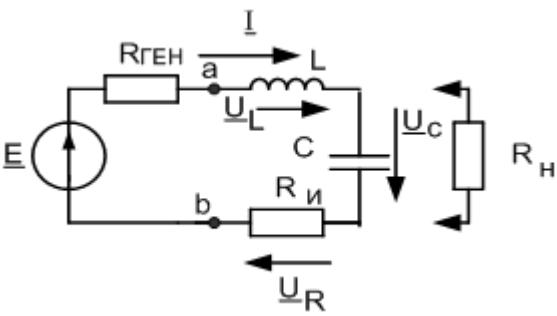
Глава 11. РЕЗОНАНСНЫЕ ЦЕПИ

11.1. Краткое теоретическое введение

Резонансными называют цепи переменного тока, в которых при определенных условиях входной ток и входное напряжение совпадают по фазе, входное сопротивление цепи становится чисто активным, а ток в цепи или напряжения на элементах цепи становятся максимальными. В данной главе изучаются следующие резонансные цепи: последовательный колебательный контур, параллельный колебательный контур, связанные колебательные контуры, феррорезонансные цепи.

Последовательный колебательный контур

Схема последовательного колебательного контура показана на рис. 11.1.

	$f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \rho = \sqrt{\frac{L}{C}}, Q = \frac{\rho}{R},$ $\Pi = \frac{f_p}{Q}, n(f) = \frac{1}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{f}{f_p} - \frac{f_p}{f} \right)^2}},$ $\varphi(f) = \arctg \left[Q \left(\frac{f}{f_p} - \frac{f_p}{f} \right) \right]$
Рис. 11.1. Схема последовательного контура	Рис. 11.2. Расчетные формулы

Контур ab подключен к источнику гармонического напряжения с внутренним сопротивлением $R_{ген}$. Основные расчетные формулы для резонансной частоты f_p , характеристического сопротивления ρ , добротности Q , полосы пропускания Π , нормированной амплитудно-частотной характеристики тока $n(f)$, фазочастотной характеристики тока $\varphi(f)$ приведены на рис. 11.2. Сопротивление контура $R = R_L + R_u$, где R_L - сопротивление катушки, R_u - измерительное сопротивление. Комплексный ток на произвольной частоте можно вычислить по формуле: $\underline{I} = \underline{I}_p \cdot n(f) \cdot e^{-\varphi(f)}$. Подключение сопротивления нагрузки к емкости контура снижает добротность. Эквивалентная добротность контура с учетом нагрузки, измерительного сопротивления и внутреннего сопротивления источника сигнала вычисляется по формуле:

$$Q_{эkv} = \frac{\rho}{R_{ген} + R + \frac{\rho^2}{R_n}} \quad (11.1)$$

Параллельный колебательный контур

Обобщенная схема параллельного контура показана на рис.11.3. Параллельный контур должен работать с источниками тока или с источником напряжения, имеющим большое внутреннее сопротивление. Сопротивление генератора $R_{16} = 30 \text{ кОм}$. Различают простой параллельный контур, содержащий в параллельных ветвях по одному элементу с разным характером реактивности (L или C). В схеме рис.11.3 простой контур получим, закоротив, например, точки "cb" и "de". Простой контур называют параллельным контуром первого вида.

	$f_{nap} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}; L = L_1 + L_2;$ $C = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}; \rho = \sqrt{\frac{L}{C}}; \Pi = \frac{f_{nap}}{Q};$ $Q = \frac{\rho}{R_1 + R_2}; R_{pez} = \frac{\rho^2 \rho^2}{R_1 + R_2};$ $\rho = \frac{L_{1,2}}{L} \text{ или } \rho = \frac{C}{C_{1,2}}$
Рис. 11.3. Обобщенная схема параллельного контура	Рис. 11.4. Расчетные формулы

В сложном параллельном контуре второго вида надо исключить одну из емкостей, закоротив, например, точки "bc". В сложном параллельном контуре третьего вида надо исключить одну из индуктивностей, закоротив, например, точки "ab".

Основные расчетные соотношения для параллельного контура приведены на рис. 11.4, где обозначены f_{nap} - частота параллельного резонанса, R_1 и R_2 - сопротивления потерь катушек индуктивности, R_{pez} - резонансное сопротивление контура, ρ - коэффициент включения сложного контура, $L_{1,2}$, $C_{1,2}$ - значение индуктивности или емкости ветви, имеющей только один реак-

тивный элемент. При замыкании емкости ее величину следует считать бесконечно большой.

Напряжение на контуре (рис.11.3) можно рассчитать по формуле:

$$U_{\kappa}(f) = \frac{\frac{E \cdot R_{рез}}{R_{рез} + R_{16}}}{\sqrt{1 + Q_{э\kappa в}^2 \left(\frac{f}{f_{нар}} - \frac{f_{нар}}{f} \right)^2}} = \frac{J \cdot \frac{R_{16} \cdot R_{рез}}{R_{рез} + R_{16}}}{\sqrt{1 + Q_{э\kappa в}^2 \left(\frac{f}{f_{нар}} - \frac{f_{нар}}{f} \right)^2}} \quad (11.2)$$

где $Q_{э\kappa в} = \frac{Q}{1 + \frac{R_{рез}}{R_{16}}}$ - эквивалентная добротность контура с учетом

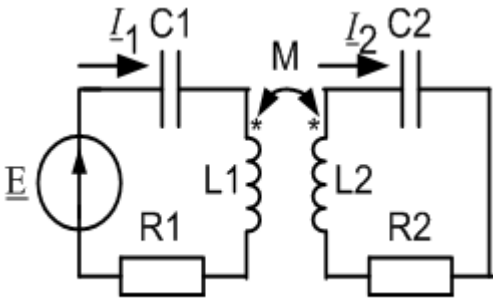
потерь в катушках и внутреннего сопротивления источника сигнала R_{16} . Для того, чтобы в параллельном контуре выделялась наибольшая мощность, его резонансное сопротивление должно равняться внутреннему сопротивлению генератора.

Нормированную АЧХ параллельного контура определяют так: $K(f) = \frac{U_{\kappa}(f)}{U_{\kappa \max}}$. В ветвях сложного контура, имеющих

два реактивных элемента, возникает последовательный резонанс. На частоте последовательного резонанса $f_{посл}$ напряжение на контуре становится минимальным.

Связанные колебательные контуры

Обобщенная схема связанных контуров показана на рис.11.5. Первичный контур подключен к источнику напряжения с малым внутренним сопротивлением. Вторичный контур индуктивно связан с первичным контуром. Взаимная индуктивность M может изменяться поворотом одной из катушек. В лабораторной работе исследуются идентичные связанные контуры. Они должны иметь одинаковые собственные резонансные частоты и одинаковые добротности (рис. 11.5). Связь между контурами характеризуется коэффициентом связи k и фактором связи Λ .

	$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}},$ $Q = \frac{\sqrt{L_1/C_1}}{R_1} = \frac{\sqrt{L_2/C_2}}{R_2},$ $k = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}}, A = kQ$
Рис. 11.5. Обобщенная схема связанных контуров	Рис. 11.6. Расчетные формулы

Форма резонансных характеристик первичного тока I_1 и вторичного тока I_2 , а также избирательность системы связанных контуров зависят от фактора связи A . Для вторичного тока АЧХ рассчитывают через фактор связи A и обобщенную расстройку ξ по формуле:

$$\frac{I_2(f)}{I_{2mm}} = \frac{2A}{\sqrt{(1 + A^2 - \xi^2)^2 + 4\xi^2}}, \text{ где } \xi = Q(f/f_0 - f_0/f) \quad (11.3)$$

В формуле (11.3) $I_{2mm} = \frac{E}{2\sqrt{R_1 \cdot R_2}}$ - наибольшее значение

тока во вторичном контуре (максимум-максимум).

Полосу пропускания идентичных связанных контуров рассчитывают по формулам:

$$\text{для слабой связи } (A < 1): \Pi = \frac{f_0}{Q} \sqrt{A^2 - 1 + \sqrt{2(1 + A^4)}} \quad (11.4)$$

$$\text{для сильной связи } (A > 1): \Pi = \frac{f_0}{Q} \sqrt{A^2 + 2A - 1} \quad (11.5)$$

Расчет АЧХ связанных контуров в Mathcad

Выполним расчет АЧХ связанных контуров по формуле (11.3).

Расчет АЧХ связанных контуров

ORIGIN := 1 **M** := 7 **m** := 1 .. **M**

A := (0.25 0.5 0.75 1.0 1.41 2.41 3.0)

$$n(\xi, m) := \frac{2 \cdot A_{1,m}}{\sqrt{1 + (A_{1,m})^2 - \xi^2 + 4 \cdot \xi^2}}$$

$\xi := -5, -4.9 \dots 5$

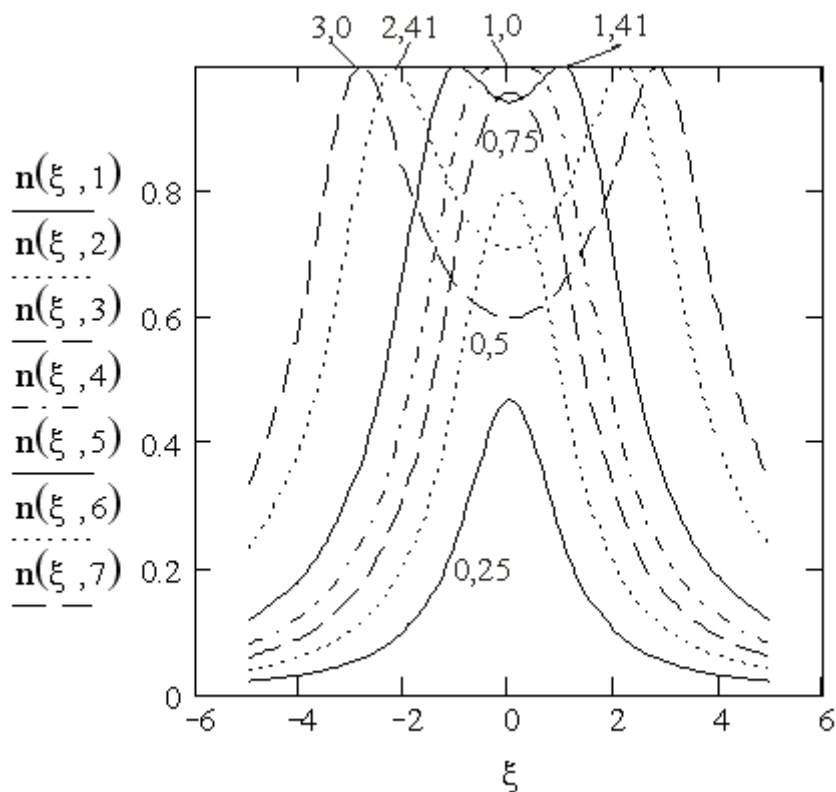


Рис.11.7. Графики АЧХ вторичного тока идентичных связанных контуров при различных значениях фактора связи A

Графики АЧХ вторичного тока $n(\xi, m)$ рассчитаны для семи значений фактора связи A и показаны на рис.11.7. Критическая связь соответствует значению $A=1$. При этом резонансная кривая вторичного тока достигает наибольшего значения, но остается одnogорбой. При значениях фактора связи $A > 1$ возникает провал резонансной кривой и резонансная кривая становится двугорбой.

Нелинейная феррорезонансная цепь

Нелинейные феррорезонансные цепи содержат нелинейные индуктивности с ферромагнитными сердечниками, в которых в рабочих режимах на переменном токе наступает магнитное насыщение. При этом проявляется нелинейность вольтамперной характеристики катушки, происходят нелинейные искажения входного гармонического сигнала. При определенных условиях возможно возникновения феррорезонанса.

Феррорезонансом напряжений называют резонансный режим последовательной LC - цепи, при котором нулевой сдвиг фаз между током и входным напряжением достигается путем изменения тока в нелинейной индуктивности. Экспериментальная схема феррорезонансной цепи показана на рис.11.8. Катушка с ферромагнитным сердечником L_9 , конденсатор $C_{13}=47$ нФ и измерительное сопротивление $R_{\text{и}}=10$ Ом образуют последовательный контур. Входное напряжение может измеряться вольтметром переменного тока. Форма входного напряжения и тока в цепи контролируется осциллографом. Фазометр измеряет разность фаз между током и входным напряжением.

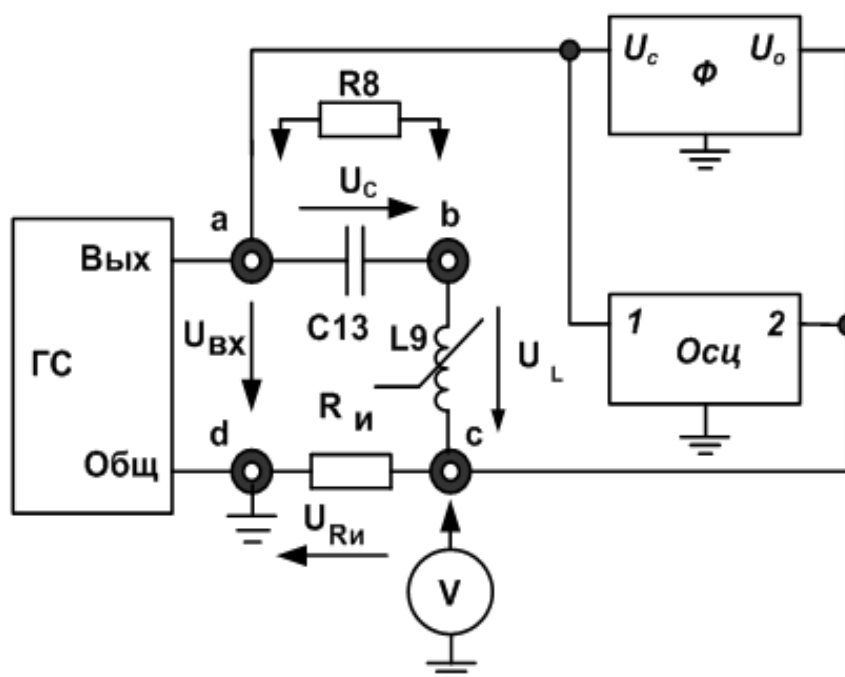
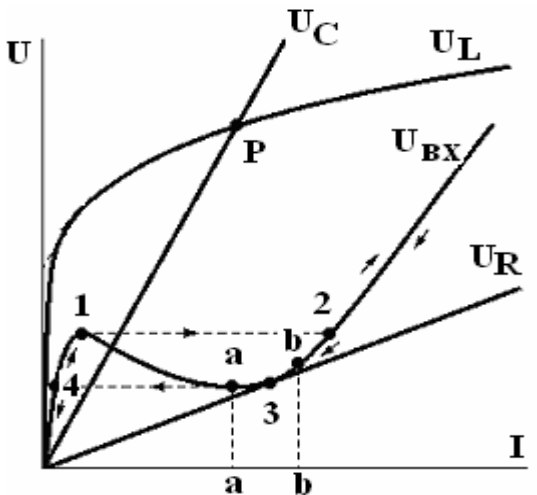
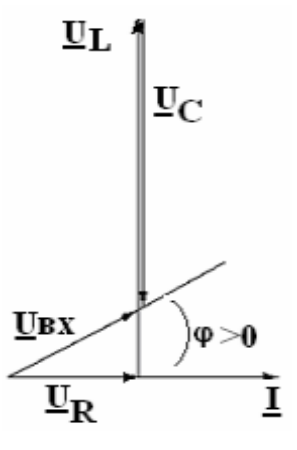
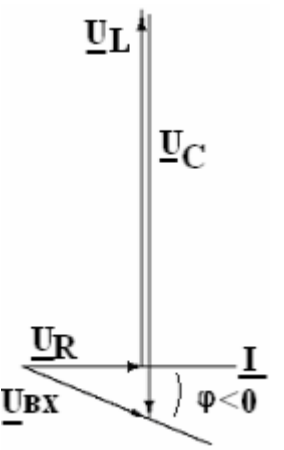


Рис.11.8. Схема эксперимента по исследованию феррорезонансной цепи

График вольтамперной характеристики нелинейной катушки, измеренный по действующему значению переменного напряжения и тока, показан на рис.11.9. С увеличением тока ферромагнитный сердечник насыщается, а дифференциальное индуктивное сопротивление катушки $X_{L\text{диф}} = \frac{dU_L}{dI}$ уменьшается.

Значение емкости можно выбрать так, что линейный график $U_C(I)$ пересечет нелинейный график $U_L(I)$ в точке P . При этом $|U_L - U_C| = 0$, ток по фазе совпадает с входным напряжением, входное напряжение минимально и имеет место феррорезонанс. На рис. 11.10 и 11.11 показаны векторные диаграммы напряжений и тока феррорезонансной цепи соответственно до и после резонанса. При малых потерях в катушке и измерительном сопротивлении график входного напряжения имеет заметный падающий участок 1-3 и в цепи наблюдается «триггерный эффект»: при увеличении входного напряжения ток скачком переходит из точки 1 в точку 2, а при уменьшении напряжения происходит скачок тока из точки 3 в точку 4.

		
Рис.11.9. Графики напряжений в последовательной феррорезонансной цепи	Рис.11.10. Векторная диаграмма напряжений до резонанса	Рис.11.11. Векторная диаграмма напряжений после резонанса

11.2. Вопросы для самопроверки и подготовки к лабораторным работам по теме

1. Какие электрические цепи называют резонансными?
2. В чем заключается явление электрического резонанса?
3. Изобразите схему последовательного контура.
4. Как рассчитать резонансную частоту, добротность и полосу пропускания последовательного контура?
5. Как рассчитать амплитудно-частотную характеристику последовательного контура?
6. От чего зависит эквивалентная добротность последовательного контура, каким должен быть источник сигнала, подключенный к последовательному контуру?
7. Как найти ток в последовательном контуре при резонансе?
8. Изобразите схему простого параллельного колебательного контура.
9. Как рассчитать резонансную частоту, резонансное сопротивление, добротность параллельного контура?
10. Нарисуйте схему сложного параллельного контура второго вида.
11. Нарисуйте схему сложного параллельного контура третьего вида.
12. Что такое коэффициент включения сложного параллельного контура?
13. Как рассчитать АЧХ напряжения на параллельном контуре?
14. Когда в сложном параллельном контуре возникает последовательный резонанс? Как рассчитать напряжение на параллельном контуре при последовательном резонансе?
15. Изобразите схему связанных колебательных контуров с индуктивной связью.
16. При каких условиях связанные контуры считаются идентичными?
17. Что называют коэффициентом связи и фактором связи связанных контуров?
18. Какой ток в связанных контурах называют первичным, а какой вторичным?

19. Как рассчитать АЧХ вторичного тока идентичных связанных контуров?

20. Как зависит АЧХ вторичного тока идентичных связанных контуров от фактора связи?

21. Как рассчитать полосу пропускания идентичных связанных контуров при слабой и сильной связи?

22. В чем причина нелинейности ВАХ катушек с ферромагнитными сердечниками?

23. Что называют феррорезонансом напряжений в нелинейной последовательной LC –цепи, чем он отличается от последовательного резонанса в линейной цепи?

24. При каких условиях в феррорезонансной цепи наблюдается «триггерный эффект»? Поясните ответ графиками напряжений.

11.3. Лабораторная работа №11

Исследование последовательного колебательного контура. Описание схемы измерений

Схема измерений собирается из элементов второй панели МЭЛ и показана на рис. 11.12. Схема содержит функциональный генератор сигналов, двухканальный осциллограф, электронный вольтметр. Генератор сигналов установить в режим формирования гармонических сигналов, начальную частоту установить 1 кГц, выходное напряжение 100 мВ, девиацию частоты выключить.

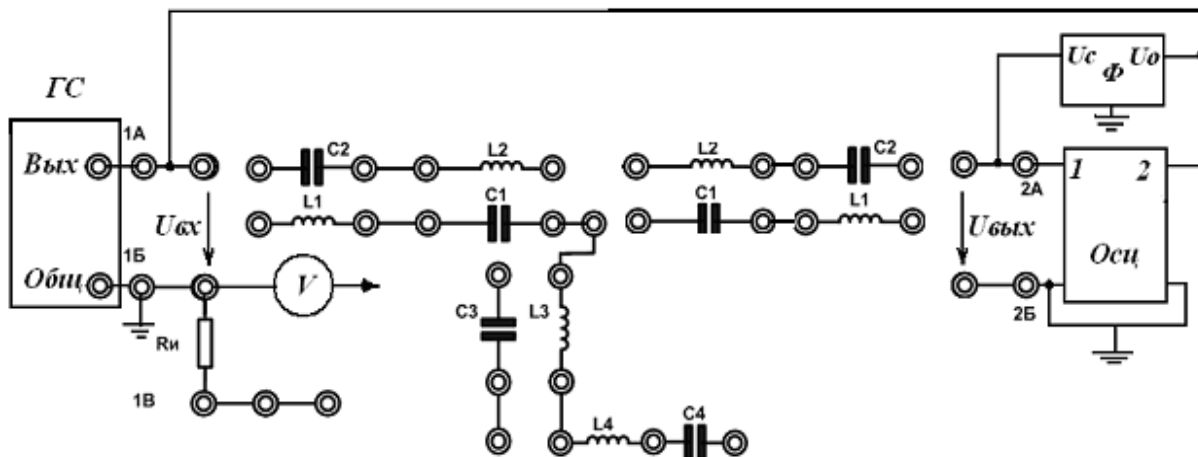


Рис.11.12. Схема реального моделирования контуров на МЭЛ

Лабораторное задание

1. Собрать схему последовательного контура (рис.11.1), включив в него для измерения тока измерительное сопротивление $R_{из}=10$ Ом.

Значения индуктивности контура L и емкости C выбрать по номеру бригады из таблицы 11.1 и записать их в протокол измерений.

Таблица 11.1

№ бриг.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
L	L_1	L_1	L_2	L_2	L_2	$2L_1$	$2L_1$	L_2	$2L_1$	$2L_2$	L_1	L_1
C	C_1	C_2	C_1	C_2	$0,5C_2$	$0,5C_1$	C_2	$0,5C_1$	C_1	C_1	$2C_1$	$0,5C_1$

Для исследования могут быть заданы и другие варианты цепей.

2. Для компьютерного моделирования собрать схему, показанную на рис.11.13.

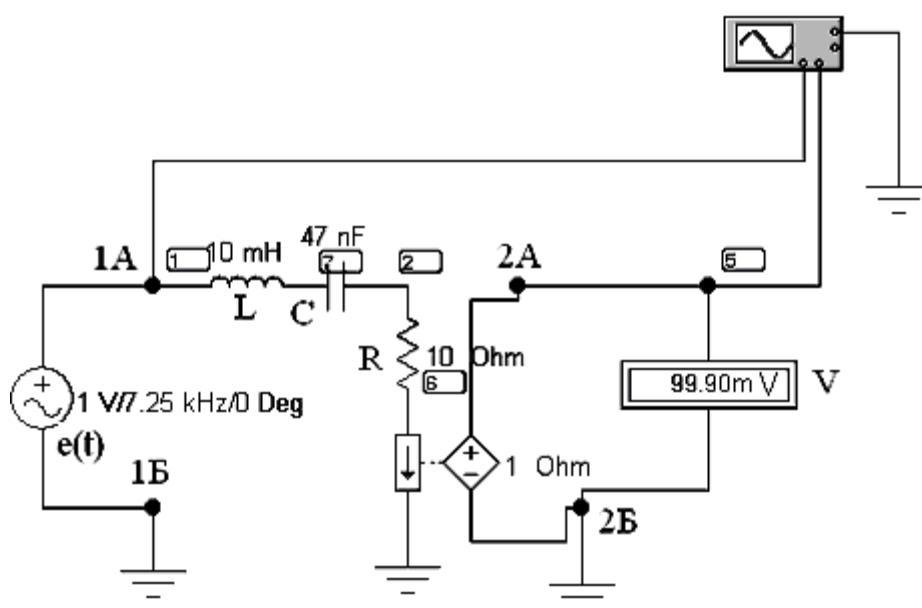


Рис.11.13. Схема компьютерного моделирования
последовательного контура

В компьютерной модели используется гармонический источник напряжения $e(t)$, ток в контуре измеряется преобразователем ток-напряжение с помощью вольтметра V в режиме АС. Входной сигнал и ток наблюдаются на осциллографе.

3. По значениям индуктивности и емкости рассчитать резонансную частоту контура.

4. Плавно изменяя частоту генератора, найти экспериментальное значение резонансной частоты и сравнить его с расчетным.

Резонансную частоту следует определять по нулевому сдвигу фаз между входным напряжением и током в контуре.

5. Изменяя частоту генератора в пределах от 1 до 20 кГц, провести измерение АЧХ напряжения на измерительном сопротивлении электронным вольтметром и сдвига фаз между током и входным напряжением с помощью двухканального осциллографа или фазометра. Осциллограф включить в режим внутренней синхронизации. Напряжением $U_{\text{вых}}$ будет напряжение на измерительном сопротивлении. *В компьютерной модели напряжение вольтметра численно равно току в контуре.* Результаты записать в таблицу 11.2.

Таблица 11.2

№	f , кГц	$U_{\text{вых}}$, мВ	I , мА	φ , град

6. Определить полосу пропускания контура. Для этого на резонансной частоте, регулируя выходное напряжение генератора, установить стрелку вольтметра на отметку «0 дБ». Затем, изменяя частоту генератора, найти нижнюю и верхнюю границы полосы пропускания по уровню «-3 дБ». При этом ток в контуре $I_{\text{гр}} = 0,707 I_{\text{р}}$. Полоса пропускания $\Pi = f_{\text{в}} - f_{\text{н}}$. Определить полосу пропускания и добротность по АЧХ и ФЧХ.

7. *В компьютерной модели провести исследование АЧХ и ФЧХ, используя режим Analysis AC Frequency. Для этого в меню Circuit-Schematic Options-Show Hide включить режим Show nodes. В меню Analysis AC Frequency установить границы и режимы исследования (рис.11.14) и узлы для анализа. Включить кнопку Simulate. Зарисовать АЧХ и ФЧХ контура, определить резонансную частоту и добротность по графикам (рис.11.15).*

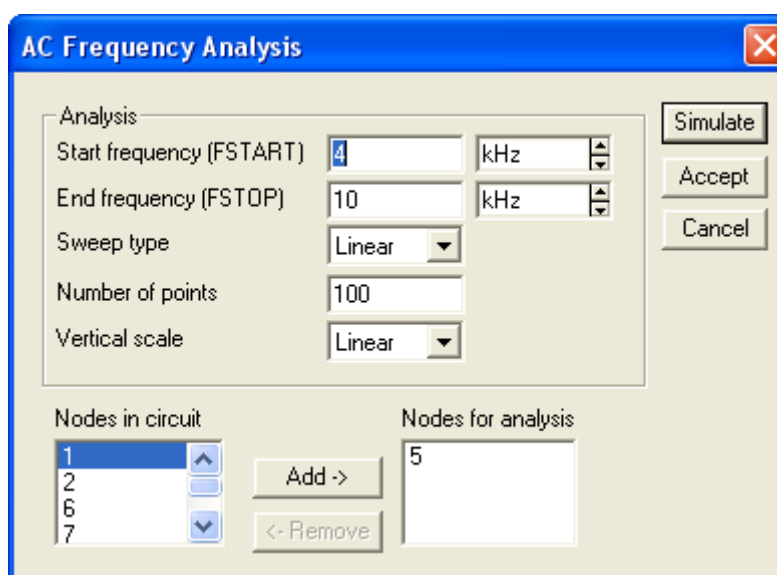


Рис. 11.14. Установка границ и режимов исследования АЧХ и ФЧХ

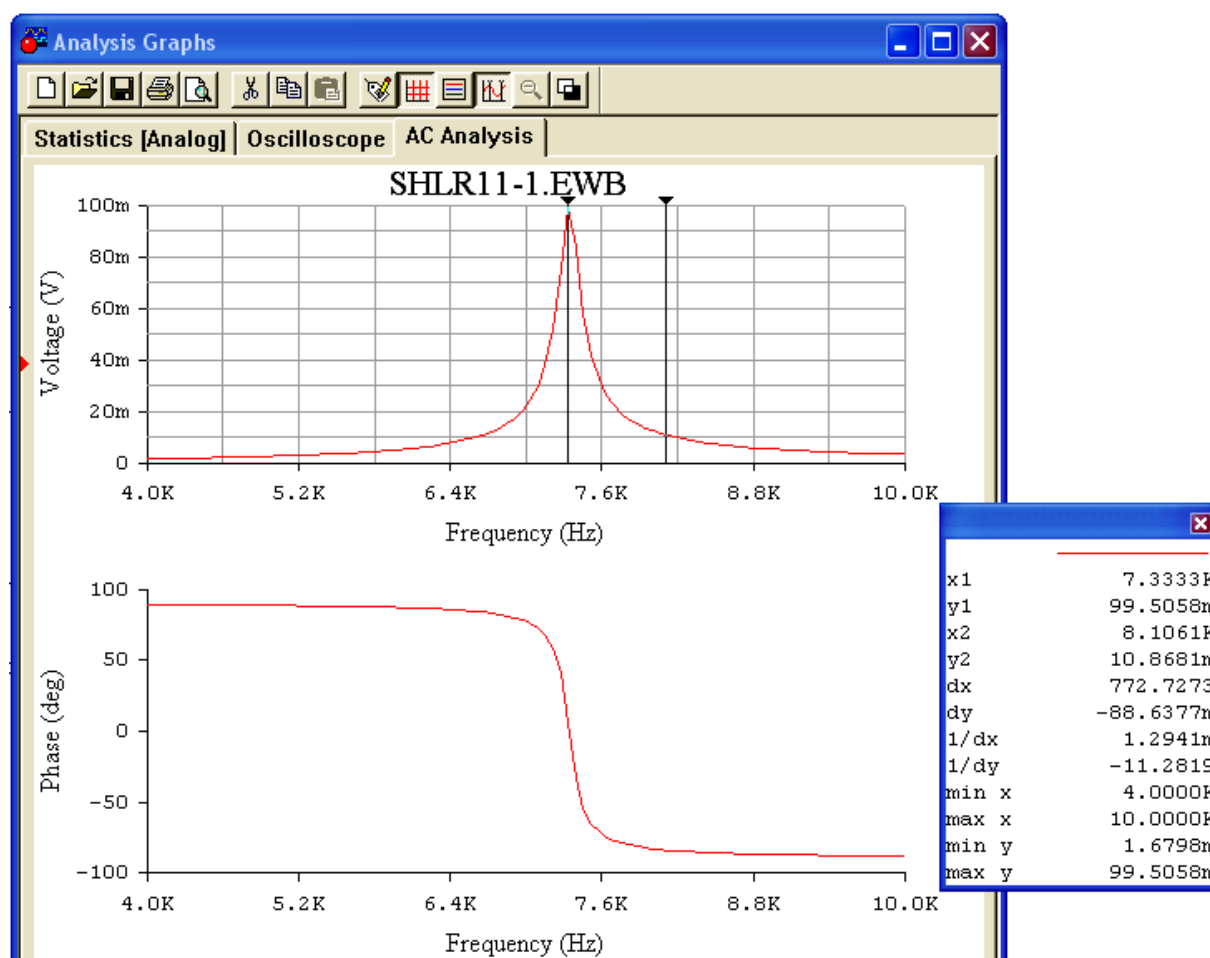


Рис.11.15. Результаты моделирования АЧХ и ФЧХ контура

Включив кнопку Toggle Cursors, можно точно измерить значение частоты и амплитуды на графиках. Следует обратить внимание на то, что в компьютерной модели вычисляется сдвиг фаз выходного сигнала относительно входного. Поэтому график фазы соответствует функции $-\varphi(f)$.

8. Подключить параллельно емкости сопротивление нагрузки $R_{14} = 10$ кОм. Повторить измерения по п.п. 4-6 (или 7) и заполнить таблицу аналогичную 11.2.

Домашнее задание

1. Изучить основные положения теории по теме лабораторной работы.

2. Для заданной схемы контура рассчитать резонансную частоту, добротность, полосу пропускания, максимальный ток при резонансе с учетом внутреннего сопротивления генератора $R_{ген} \approx 10$ Ом в двух случаях: при выключенной и включенной нагрузке R_{14} .

3. Построить экспериментальные резонансные характеристики тока в контуре по таблицам 11.2 и 11.3. По графикам определить резонансные частоты, полосу пропускания, добротность и сравнить с расчетными значениями.

4. При компьютерном моделировании определить резонансные частоты, полосу пропускания, добротность по графикам частотного анализа.

11.4. Лабораторная работа №12

Исследование параллельного колебательного контура

Цель работы. Исследование амплитудно-частотных характеристик простого параллельного контура и сложных контуров, определение резонансной частоты f_p , полосы пропускания Π , добротности Q контуров и зависимостей этих параметров от коэффициента включения и внутреннего сопротивления источника сигнала.

Описание схемы измерений

Схема измерений аналогична изображенной на рис.11.12. Обобщенная схема параллельного контура с дополнительным сопротивлением $R_{16} = 30$ кОм показана на рис.11.16. Точки подклю-

чения параллельного контура к измерительной схеме рис.11.12 обозначены 1А, 1Б, 2А, 2Б. Измерение напряжения на контуре выполняют электронным вольтметром или осциллографом. Значения индуктивностей и емкостей простого и сложного параллельного контура для каждой бригады даны в таблице 11.3.

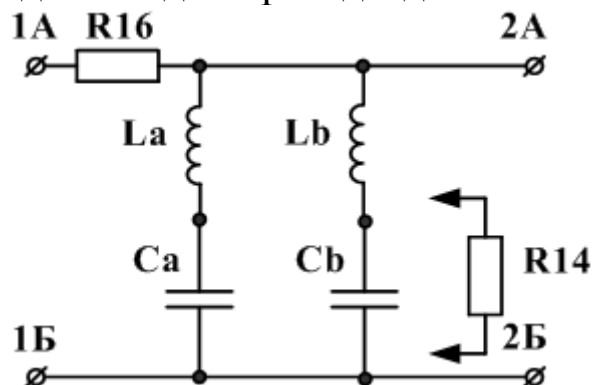


Рис. 11.16. Обобщенная схема параллельного контура

Таблица 11.3

№ бриг.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
L_a	L_1	L_1	L_2	L_2	L_2	$2L_1$	$2L_1$	L_2	$2L_1$	$2L_2$	L_1	L_1
L_b	L_1	L_1	L_1	L_1	L_2	L_2	0	0	0	0	0	0
C_a	∞	∞	∞	∞	∞	∞	C_2	$0,5C_1$	C_1	C_1	$2C_1$	$0,5C_1$
C_b	C_1	C_2	C_1	C_2	C_1	C_1	C_2	C_2	C_1	C_2	C_2	$0,5C_2$

В схемах простого контура для всех вариантов следует брать $L_b=0$, $C_a=\infty$ (для этого индуктивности L_b и емкости C_a надо включить в схеме 11.16 надо закоротить). В схемах сложного контура используются три элемента (две индуктивности и емкость в вариантах 1-6, или две емкости и индуктивность в вариантах 7-12).

Схема компьютерного моделирования параллельного контура показана на рис. 11.17. Источником сигнала является источник переменного тока величиной 1 мА. Частота сигнала изменяется в соответствии с заданием. Чтобы избежать дополнительных переключений в простом контуре можно задать $L_b = 1 \text{ мкГн}$, $C_a = 100 \text{ Ф}$. Вблизи резонансной частоты это эквивалентно короткому замыканию индуктивности L_b и емкости C_a . Сопротивления R_a , R_b учитывают потери в контуре, так как ин-

дуктивности в компьютерной модели EWB являются идеальными.

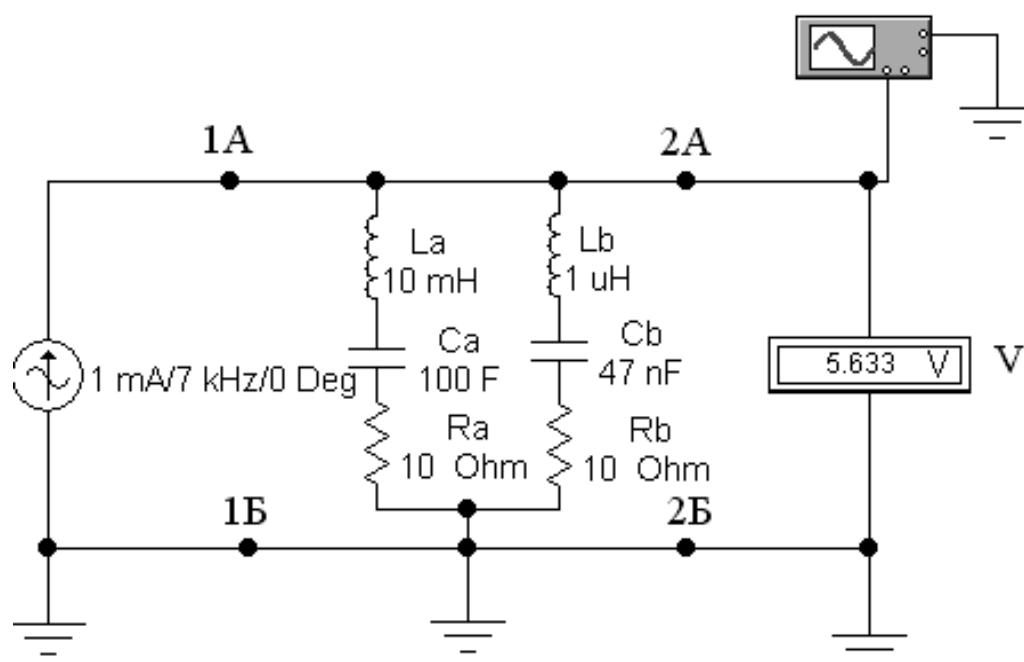


Рис.11.17. Схема компьютерного моделирования параллельного контура

Лабораторное задание

1. Собрать схему простого параллельного контура, используя элементы контура в соответствии с таблицей 11.3. Установить амплитуду генератора сигнала 1 В. Снять АЧХ напряжения на контуре в диапазоне частот от 2 кГц до 20 кГц. Результаты записать в таблицу 11.4. Рассчитать нормированную АЧХ и внести результаты в таблицу.

При компьютерном моделировании использовать режим Analysis AC Frequency и методику п.7 лабораторной работы №11.

2. Используя методику п.6 лабораторной работы №11, определить полосу пропускания и добротность простого параллельного контура.

3. Подключить к одному из реактивных элементов контура сопротивление нагрузки $R_{14} = 10 \text{ кОм}$. Повторить измерения по п.п.1 и 2. Результаты записать в таблицу 11.4.

Таблица 11.4

	f , кГц	2	4				20
Без нагрузки	$U_k(f)$						
	$K(f)$						
$f_{нар} =$ кГц, $\Pi =$ кГц, $Q =$, $U_{кмах} =$ мВ.							
Нагрузка R_{14}	$U_k(f)$						
	$K(f)$						
$f_{нар} =$ кГц, $\Pi =$ кГц, $Q =$, $U_{кмах} =$ мВ.							

4. Собрать сложный параллельный контур второго или третьего вида, выбрав элементы в соответствии с таблицей 11.3. Снять АЧХ напряжения на контуре, определив частоты параллельного и последовательного резонанса. Результаты измерений и расчета нормированной АЧХ записать в таблицу 11.5. *При компьютерном моделировании использовать режим Analysis AC Frequency.*

Таблица 11.5

f , кГц	2	4					30
$U_k(f)$							
$K(f)$							
$f_{нар} =$ кГц, $\Pi =$ кГц, $Q =$, $U_{кмах} =$ мВ,							
$f_{посл} =$ кГц, $U_{кмин} =$ мВ.							

Домашнее задание

1. По результатам исследования простого параллельного контура построить графики амплитудно-частотных характеристик.
2. Выполнить теоретические расчеты резонансной частоты простого параллельного контура, добротности, полосы пропускания и зависимости напряжения на контуре от частоты. Сравнить результаты расчета с экспериментальными данными.
3. По результатам исследования простого параллельного контура с нагрузкой R_{14} построить графики амплитудно-частотных характеристик.
4. Выполнить теоретические расчеты резонансной частоты простого параллельного контура с нагрузкой, добротности, полосы пропускания и зависимости напряжения на контуре от частоты.

ты. В этих расчетах эквивалентная добротность контура рассчитывается по формуле:

$$Q_{\text{экв}} = \frac{Q'}{1 + \frac{R_{\text{рез}}}{R_{16}}}, \text{ где } Q' = \frac{\rho}{R_1 + R_2 + \frac{|x|^2}{R_n}} - \text{добротность простого контура}$$

с учетом нагрузки, но без учета внутреннего сопротивления генератора, $|x|$ - модуль комплексного сопротивления реактивного элемента, к которому подключена нагрузка, вычисленный на резонансной частоте. Сравнить результаты расчетов с экспериментальными данными.

5. Построить графики АЧХ сложного параллельного контура. Выполнить теоретические расчеты резонансной частоты параллельного и последовательного резонанса. Сравнить с экспериментальными результатами.

11.5. Лабораторная работа № 13

Исследование связанных колебательных контуров

Цель работы. Исследование амплитудно-частотных характеристик системы из двух колебательных контуров с индуктивной связью.

Описание схемы измерений

Схема измерений показана на рис.11.18. Емкости контуров одинаковы и для каждой бригады заданы в таблице 11.6.

Таблица 11.6

№№ бригады	1,5,9	2,6,10	3,7,11	4,8,12
C	C ₁	C ₂	C ₁ +C ₂	$\frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$

Напомним, что в МЭЛ использованы следующие номиналы реактивных элементов:

$$L_5 = 10 \text{ мГн}, L_6 = 10 \text{ мГн}, C_1 = 47 \text{ нФ}, C_2 = 68 \text{ нФ}.$$

Измерение токов в контурах выполняют электронным вольтметром по напряжениям на измерительных сопротивлениях 1 Ом.

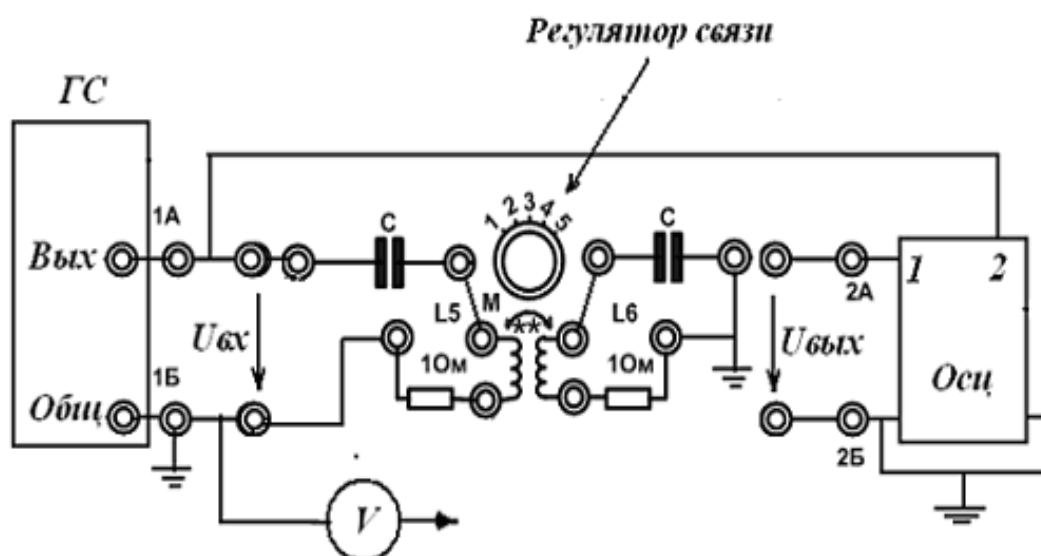


Рис. 11.18. Схема реального моделирования связанных контуров

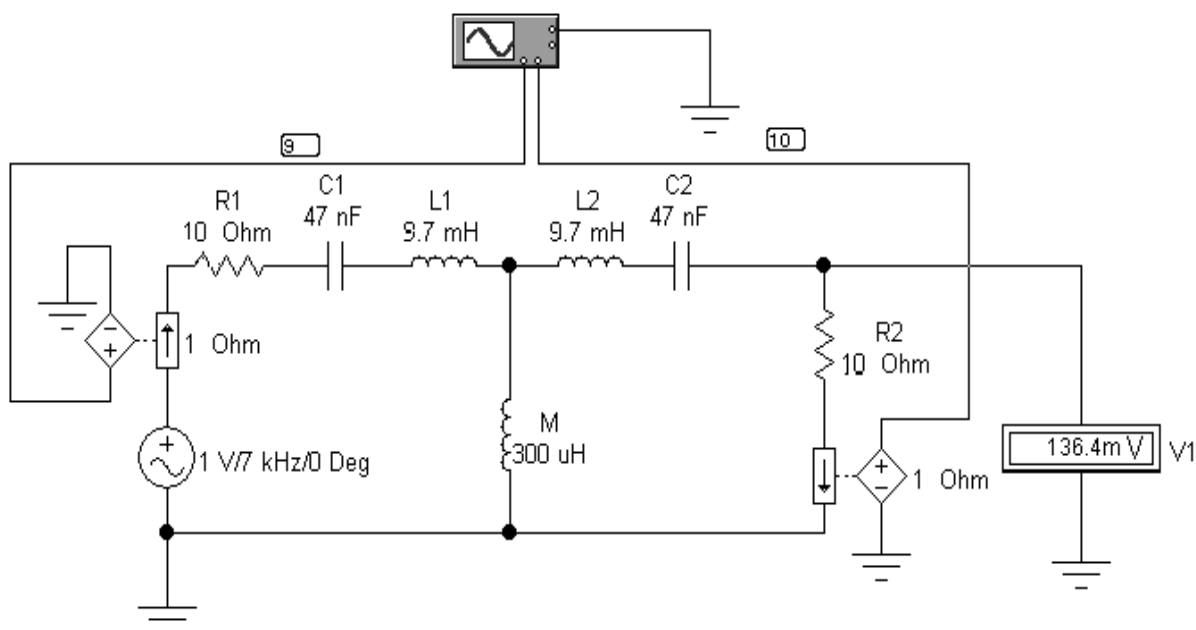


Рис.11.19. Схема компьютерного моделирования связанных контуров

Схема компьютерного моделирования показана на рис.11.19. В компьютерной схеме контуры имеют автотрансформаторную связь через общую ветвь с индуктивностью M . Коэффициент связи

$$k = \frac{M}{\sqrt{(L_1 + M) \cdot (L_2 + M)}} \text{ изменяется путем изменения } M. \text{ При}$$

этом должны сохраняться неизменными собственные индуктивности контуров при последовательном обходе контуров: $L_{11} = L_1 + M$ и $L_{22} = L_2 + M$. Токи в первичном и вторичном контурах измеряются преобразователями ток-напряжение и осциллографом. В узлах 9 и 10 можно проводить AC Analysis.

Лабораторное задание

А. Определение характеристик одиночных контуров

1. Подключить генератор к первичному контуру. Вторичный контур разомкнуть. Установить выходное напряжение генератора 1 В. Подключить вольтметр к измерительному резистору первичного контура 1 Ом. Изменяя частоту генератора, определить резонансную частоту первичного контура f_{01} , полосу пропускания P_1 и добротность Q_1 .

При компьютерном моделировании использовать режим AC Analysis для узла 9. Для отключения вторичного контура установить значение сопротивления $R_2 = 10 \text{ МОм}$.

2. Подключить генератор к вторичному контуру. Первичный контур разомкнуть. Аналогично п.1 определить резонансную частоту вторичного контура f_{02} , полосу пропускания P_2 и добротность Q_2 . Сравнить параметры контуров.

При компьютерном моделировании в схеме рис.11.19 установить значения $R_1 = 10 \text{ МОм}$, амплитуду источника переменного напряжения 100 В. Провести AC Analysis для узла 10.

Б. Исследование зависимости токов I_1 и I_2 от связи

3. Установить регулятор связи в крайнее левое положение. Включить контуры по схеме рис.11.18. Установить частоту генератора, равную резонансной частоте вторичного контура. Для пяти положений регулятора связи α измерить на измерительных сопротивлениях значения токов I_1 и I_2 . Более точно следует определить положение регулятора при оптимальной связи по максимуму тока во вторичном контуре. Результаты измерений записать в таблицу 11.7.

При компьютерном моделировании для регулировки связи изменять значение M в пределах от 100 мкГн до 500 мкГн. Одновременно изменять значения L_1 и L_2 . Значения I_1 и I_2 измерять осциллографом.

Таблица 11.7

№ опыта	α	I_1	I_2	A	$n_2(0)$
1					
....					
5					

4. По результатам измерений вычислить значения нормированной АЧХ вторичного тока при резонансе $n_2(0) = I_2(0)/I_{2mm}$ и фактора связи A по формуле:

$$A = \frac{1 \pm \sqrt{1 - n_2^2(0)}}{n_2(0)} \quad (11.6)$$

5. Построить графики $I_1(\alpha)$, $I_2(\alpha)$, $n_2(0)$ и $A(\alpha)$ на одном графике.

В. Исследование частотных характеристик системы связанных контуров

6. Снять АЧХ токов первичного и вторичного контуров при слабой связи ($A < 1$). Результаты занести в Таблицу 11.8.

7. Установить критическую (оптимальную) связь ($A = 1$). Снять АЧХ токов контуров. Результаты занести в таблицу, аналогичную таблице 11.8.

8. Установить сильную связь ($A > 1$). Снять АЧХ токов контуров. Результаты занести в таблицу, аналогичную таблице 11.8.

Таблица 11.8

№	f	$\Delta f = f - f_0$	I_1	I_1/I_{1p}	I_2	I_2/I_{2p}
1						
....						
10						

9. В компьютерной модели для заполнения таблиц 11.8 провести AC Analysis в узлах 9 и 10 и измерения с помощью Toggle Cursors. На рис. 11.20 показаны АЧХ первичного тока (с большим провалом) и вторичного тока при факторе связи немного превышающем единицу.

Φ_{CH} первичного тока на резонансной частоте проходит через нуль, а Φ_{CH} вторичного тока равна -360° , что также эквивалентно нулю.

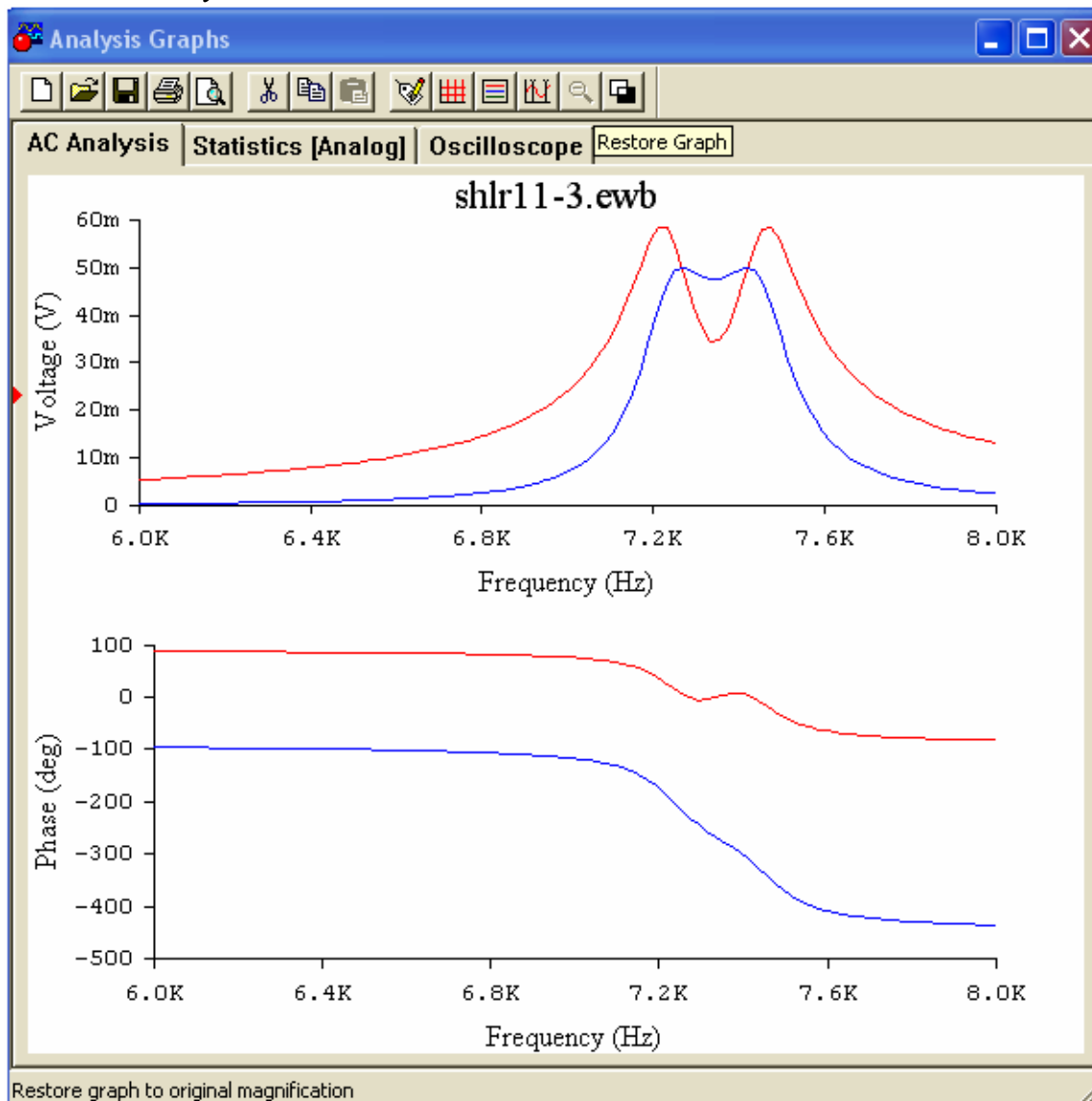


Рис.11.20. АЧХ и ФЧХ первичного и вторичного тока в связанных контурах

Домашнее задание

1. Построить графики амплитудно-частотных характеристик $I_1/I_{1p}(f)$ и $I_2/I_{2p}(f)$ для каждого исследованного значения связи.
2. Определить по графикам для каждого значения связи полосу пропускания и фактор связи A .
3. Рассчитать для каждого случая АЧХ вторичного тока по

формуле 11.3, построить теоретические графики.

4. Рассчитать для каждого случая полосу пропускания по формулам 11.4 или 11.5.

5. Сравнить расчетные и экспериментальные значения полосы пропускания связанных контуров, а также полосы пропускания связанных и одиночных контуров, из которых они образованы.

6. Сформулировать выводы по результатам исследований.

11.6. Лабораторная работа №14

Исследование нелинейной феррорезонансной цепи

Цель работы. Исследование феррорезонансной цепи, содержащий конденсатор и нелинейную индуктивную катушку с ферромагнитным сердечником. Работа включает опытное нахождение явления феррорезонанса, определение нелинейной вольтамперной характеристики (ВАХ) катушки, N-образной ВАХ феррорезонансной цепи, наблюдение триггерных эффектов, применение метода расчета по действующим значениям при анализе нелинейных цепей.

Лабораторное задание

1. Собрать схему измерений Рис.11.8 (без сопротивления R_8). Установить входное напряжение $U_{вх} = 0,5\text{В}$. Подключить вольтметр к измерительному сопротивлению R_u . Изменяя частоту входного сигнала в диапазоне от 5 кГц до 15 кГц, снять амплитудно-частотную и фазочастотную характеристики тока и найти резонансную частоту f_{p1} . Результаты записать в таблицу 11.9.

Таблица 11.9

f , кГц							
U_{Ru} , В							
I , мА							
φ , град							

2. Закоротить конденсатор С13. Установить частоту генератора $f_2 = f_{p1} + 1\text{кГц}$. Изменяя входное напряжение от 0,5 В до 2,5 В, снять вольтамперную характеристику катушки. Напряжения на катушке и сопротивлении R_u измерять вольтметром. Результаты запи-

сать в таблицу 11.10. Для напряжения входного сигнала 0,5 В и 2,5 В зарисовать осциллограммы входного напряжения и напряжения U_{Ru} .

Таблица 11.10

$U_{вх}, В$							
$U_L, В$							
$U_{Ru}, В$							
$I, мА$							
$\varphi, град$							
$R_k, Ом$							

Сопротивление потерь в катушке вычислить по формуле:

$$R_k = \frac{U_{вх} \cos \varphi}{I} - R_u.$$

3. Исследовать явление феррорезонанса и триггерный эффект. Для этого включить в цепь емкость C_{13} . Установить частоту генератора f_2 . Снять зависимости тока и разности фаз при плавном увеличении и уменьшении входного напряжения в пределах от 0,5 В до 2,5 В. Результаты записать в таблицу 11.11. Наблюдать скачки тока и записать в таблицу их точные параметры. Зарисовать осциллограммы входного сигнала и напряжения U_{Ru} до и после скачка тока.

Таблица 11.11

$U_{вх}, В$	0,5 В			2,5 В			0,5 В
$U_{Ru}, В$							
$I, мА$							
$\varphi, град$							

4. Установить напряжение входного сигнала 2 В. Подключить параллельно конденсатору сопротивление R_8 . Вольтметром измерить напряжения U_a, U_b, U_c в точках a, b, c схемы рис.11.8. Записать сдвиг фаз между током и входным напряжением.

Домашнее задание

1. По данным таблицы 11.9 построить АЧФ и ФЧХ цепи.
2. По данным таблицы 11.10 построить ВАХ нелинейной катушки. Рассчитать сопротивления потерь катушки и построить

график $R_k(I)$.

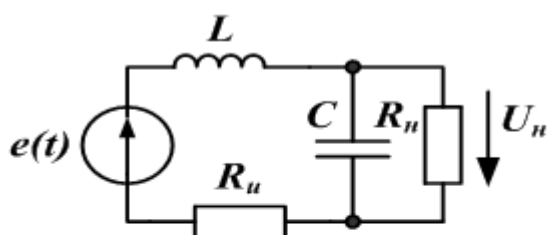
3. В координатах графика ВАХ катушки рассчитать и построить линейный график $U_C(I) = \frac{I}{2\pi f_2 C_{13}}$ и график $U_{ex}(I)$ по дан-

ным таблицы 11.11. Сравнить положение расчетной точки феррорезонанса с экспериментальным значением.

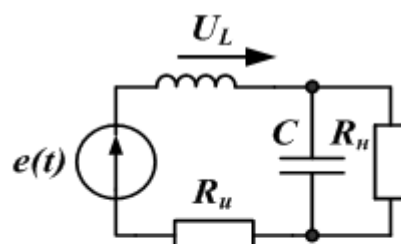
4. По данным таблицы 11.11 построить векторные диаграммы напряжений и тока до и после феррорезонанса.

5. По данным п.4, используя ВАХ катушки, рассчитать и построить векторную диаграмму, найти входное напряжение и сдвиг фаз. Сравнить результаты с экспериментом.

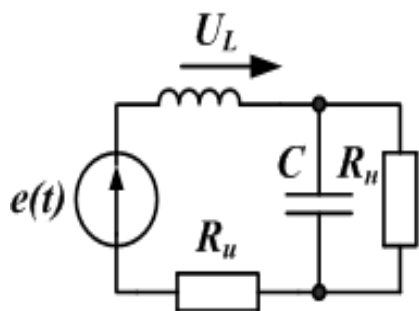
11.6. Простые задачи по теме «Резонансные цепи»



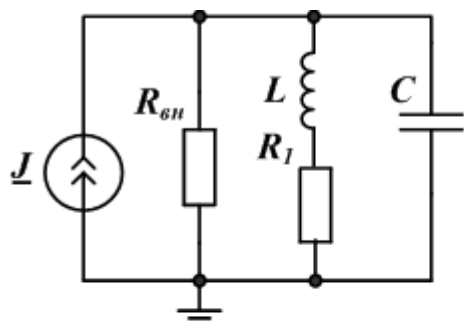
Дано: $e(t) = 1 \cdot \sin 10^6 t$ В,
 $L = 1$ мГн, $C = 1$ нФ, $R_n = 100$ кОм,
 $R_u = 10$ Ом
 Найти полосу пропускания
 и напряжение на нагрузке



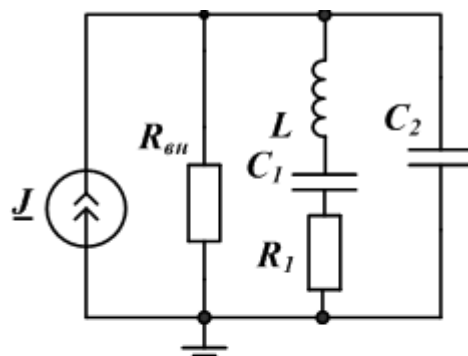
Дано:
 $e(t) = 1,4 \cdot \sin 1,01 \cdot 10^6 t$ В
 $L = 2$ мГн, $C = 500$ пФ,
 $R_n = 200$ кОм, $R_u = 20$ Ом
 Найти напряжение на
 индуктивности.



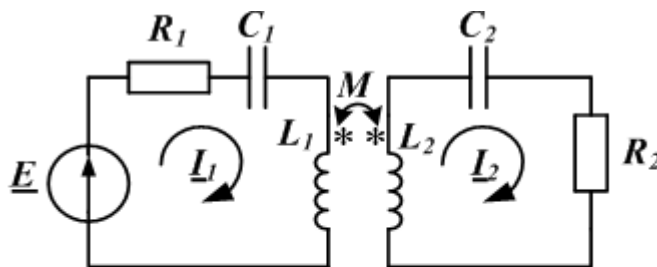
Дано: частота сигнала 10^6 1/с. Полоса
 пропускания 2×10^4 1/с. $R_u = 10$ Ом.
 Определить величину сопротивления
 нагрузки, при котором в ней
 выделяется наибольшая мощность.



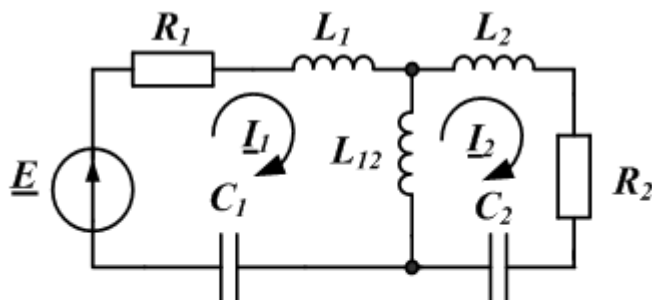
Дано: частота генератора тока 10^6 1/с.
Полоса пропускания 2×10^4 1/с.
 $R_{вн} = 50$ кОм.
Определить параметры контура, при которых в нем выделяется наибольшая мощность.



Дано: $C_1 = C_2 = 2$ нФ, $L = 1$ мГн, $R_1 = 10$ Ом, $R_{вн} = 25$ кОм, $J = 1$ мА.
Определить напряжение на контуре на частоте $\omega = 1,01 \times 10^6$ 1/с.



Дано: $E = 2$ В, $R_1 = R_2 = 10$ Ом, $L_1 = L_2 = 1$ мГн, $C_1 = C_2 = 1$ нФ, $M = 10$ мкГн.
Найти ток I_2 на частоте $\omega = 1,005 \times 10^6$ 1/с.



Дано: $E = 1$ В, $R_1 = R_2 = 50$ Ом, $L_1 = L_2 = 400$ мкГн, $C_1 = C_2 = 2$ нФ, $L_{12} = 100$ мкГн.
Найти полосу пропускания и рассчитать АЧХ вторичного тока.

Глава 12. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ С ОПЕРАЦИОННЫМИ УСИЛИТЕЛЯМИ

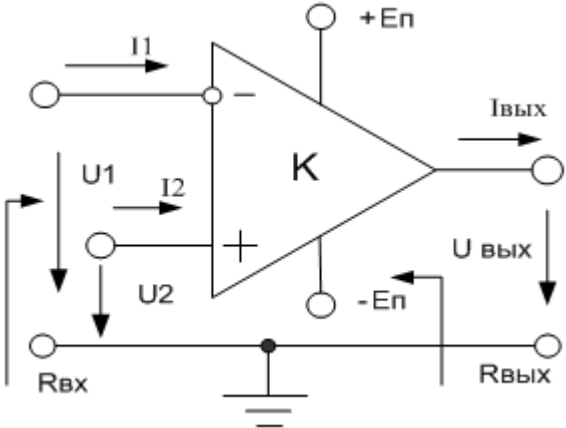
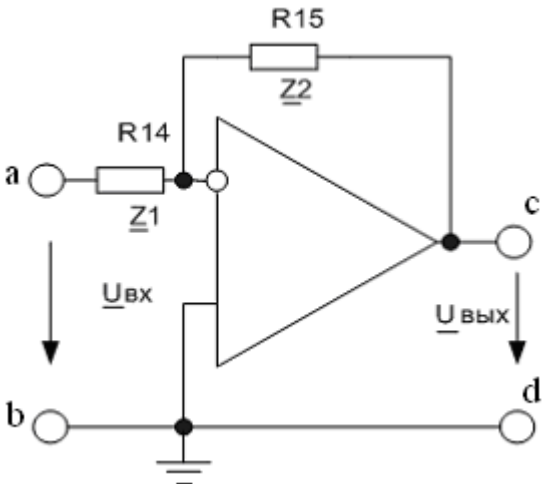
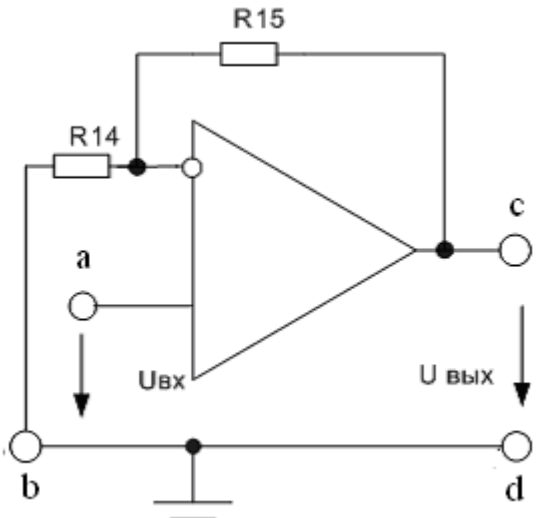
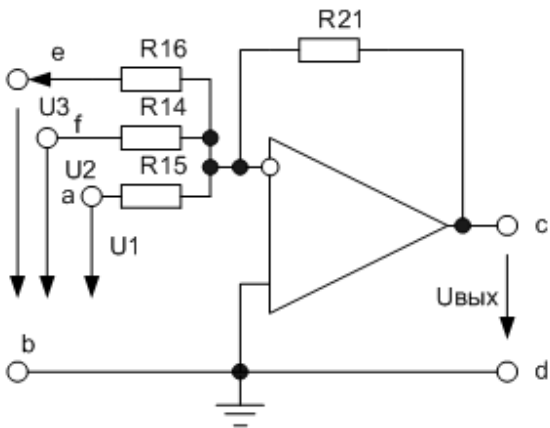
12.1. Теоретическое введение

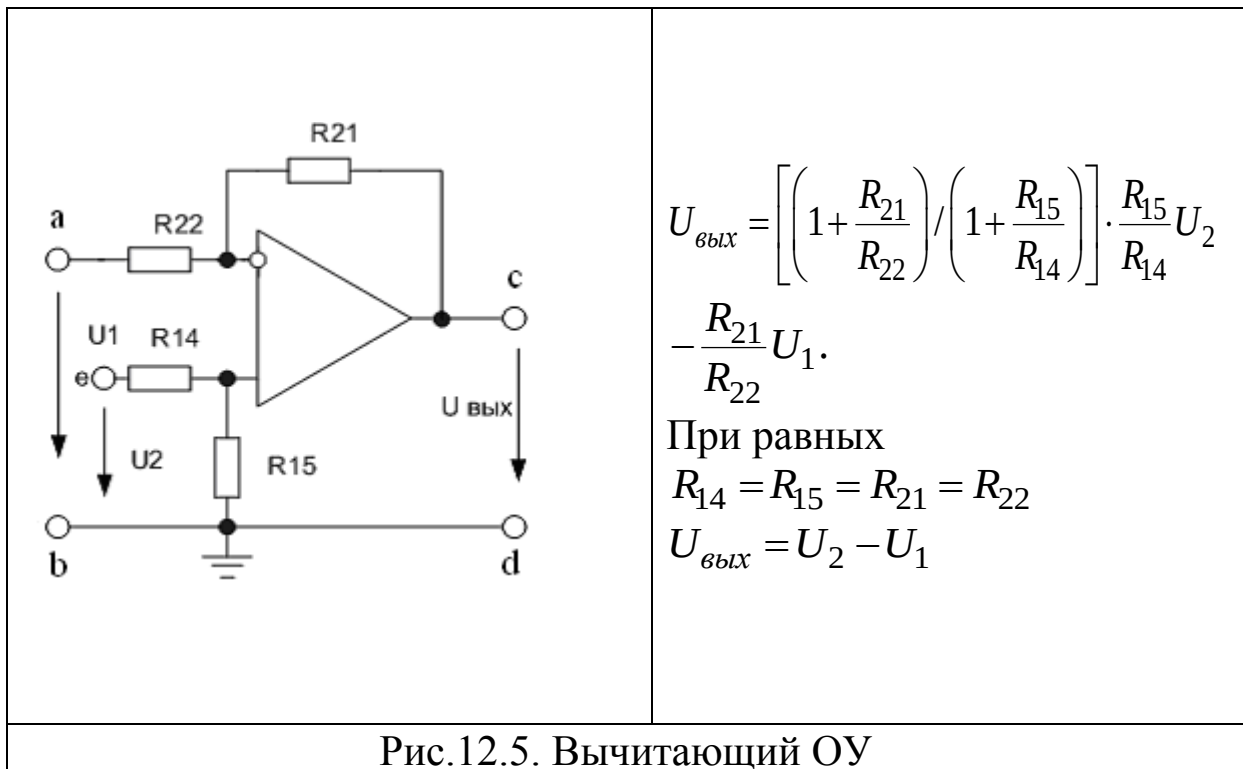
Операционные усилители в цепях постоянного и переменного тока

Операционные усилители (ОУ) выполняются в виде интегральных микросхем и имеют в полосе частот от 0 до десятков килогерц (современные ОУ до сотен мегагерц) собственный коэффициент усиления K'_U не менее нескольких тысяч. Обозначение ОУ на схемах показано на рис. 12.1. Вход 1, обозначенный знаком (-), называют инвертирующим. Вход 2, обозначенный знаком (+), называют неинвертирующим. Входы питания $+E_{\Pi}$ и $-E_{\Pi}$ на схемах электрических цепей часто не обозначают. Выходное напряжение $\underline{U}_{вых} = K'_U (\underline{U}_2 - \underline{U}_1)$ в области низких частот совпадает по фазе с разностью $\underline{U}_2 - \underline{U}_1$. Поскольку K'_U весьма велик, а $\underline{U}_{вых}$ ограничено ($|\underline{U}_{вых}| < |E_{\Pi}|$), то разность $\underline{U}_2 - \underline{U}_1 = U_{\gamma} \rightarrow 0$. Эту разность называют дифференциальным входным напряжением или виртуальным нулем.

Свойства идеального ОУ без внешних обратных связей представлены на рис. 12.1. Эти свойства используют при расчетах схем с ОУ.

Технические характеристики реальных ОУ отличаются от идеальных. **Дифференциальный коэффициент усиления** $K'_U = \frac{\Delta U_{вых}}{\Delta (U_2 - U_1)}$ имеет конечную величину, которая лежит в пределах 10^3 - 10^5 . **Входное сопротивление** $R'_{вх}$ составляет от единиц кОм до 1000 МОм. **Выходное сопротивление** $R'_{вых}$ лежит в пределах от единиц до сотен Ом. **Частота единичного усиления** от сотен килогерц до сотен мегагерц. **Скорость нарастания напряжения** (В/мкс), определяющая переходные характеристики ОУ, может составлять от десятков мВ/мкс до сотен В/мкс. Внешние элементы образуют внешние обратные связи (ОС) операционного усилителя. ОУ с ОС имеет передаточную функцию, которая определяется

 $K'_U = \infty, U_2 - U_1 = 0,$ $I_{ex1} = 0, I_{ex2} = 0,$ $R'_{ex} = \infty, R'_{вых} = 0$	 $K'_U = \frac{U_{вых}}{U_{вх}} = -\frac{R_{15}}{R_{14}},$ $K'_U(p) = \frac{U_{вых}(p)}{U_{вх}(p)} = -\frac{Z_2(p)}{Z_1(p)}$
Рис.12.1. Обозначение и свойства идеального ОУ	Рис.12.2. Инвертирующий ОУ
 $K'_U = \frac{U_{вых}}{U_{вх}} = \frac{R_{14} + R_{15}}{R_{14}}$	 $U_{вых} = -\left(\frac{R_{21}}{R_{15}}U_1 + \frac{R_{21}}{R_{14}}U_2 + \frac{R_{21}}{R_{16}}U_3\right)$
Рис.12.3. Неинвертирующий ОУ	Рис.12.4. Инвертирующий сумматор



параметрами элементов и схемой включения ОС. При соответствующем выборе ОС операционный усилитель можно использовать для сложения, вычитания, дифференцирования, интегрирования сигналов, а также для получения различных функциональных зависимостей. За способность выполнять различные математические функции ОУ и получил название «операционный усилитель».

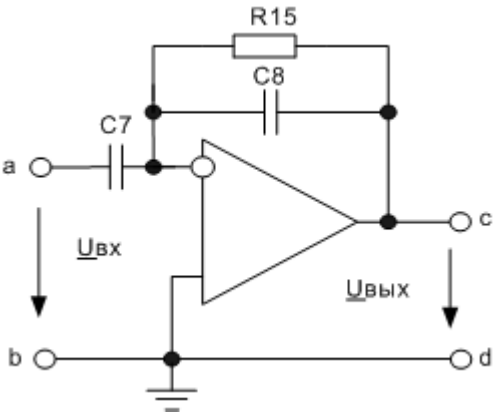
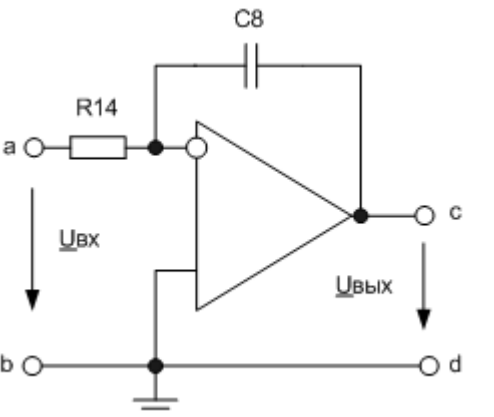
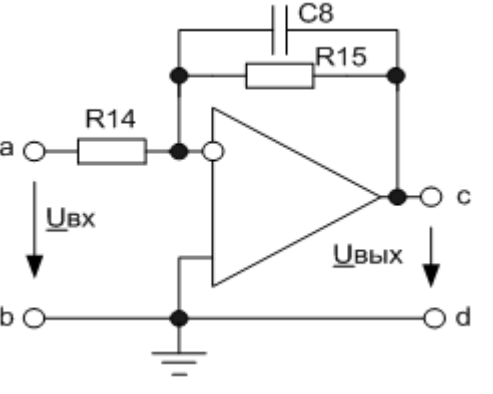
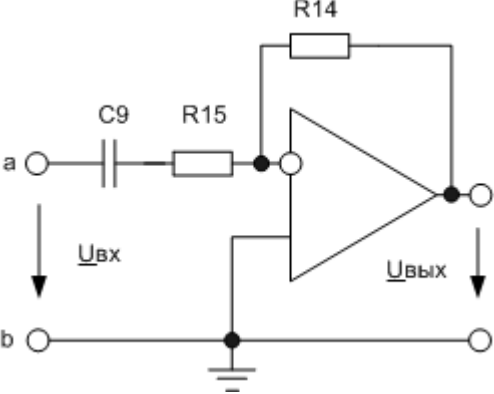
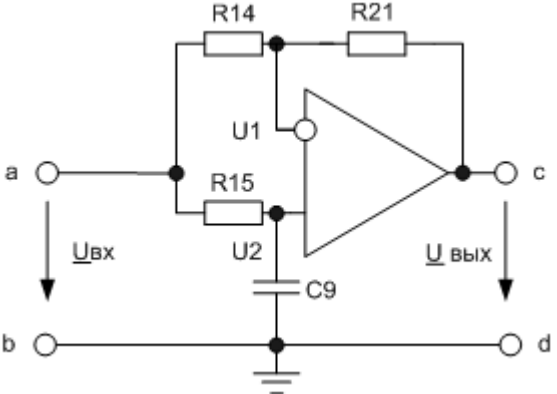
В Таблице 12.1 показаны схемы с ОУ, которые исследуются в лабораторной работе, и основные расчетные формулы.

Частотно-зависимые звенья с операционными усилителями

Простейшие частотно-зависимые звенья с операционными усилителями показаны в таблице 12.2.

Четыре первые схемы соответствуют обобщенному инвертирующему усилителю (рис.12.2) с операторным коэффициентом передачи

$$K'_U(p) = \frac{U_{\text{вых}}(p)}{U_{\text{вх}}(p)} = - \frac{Z_2(p)}{Z_1(p)} \quad (12.1)$$

	
Рис.12.5. Дифференцирующее звено с коррекцией	Рис.12.6. Интегрирующее звено
	
Рис.12.7. Активный фильтр низких частот первого порядка	Рис.12.8. Активный фильтр высоких частот первого порядка
	$\underline{K}'_U(j\omega) = \frac{1 - j\omega RC_9}{1 + j\omega RC_9},$ $ \underline{K}'_U(j\omega) = 1,$ $\varphi = -2 \arctg(\omega RC_9)$
Рис.12.9. Фазовращатель	

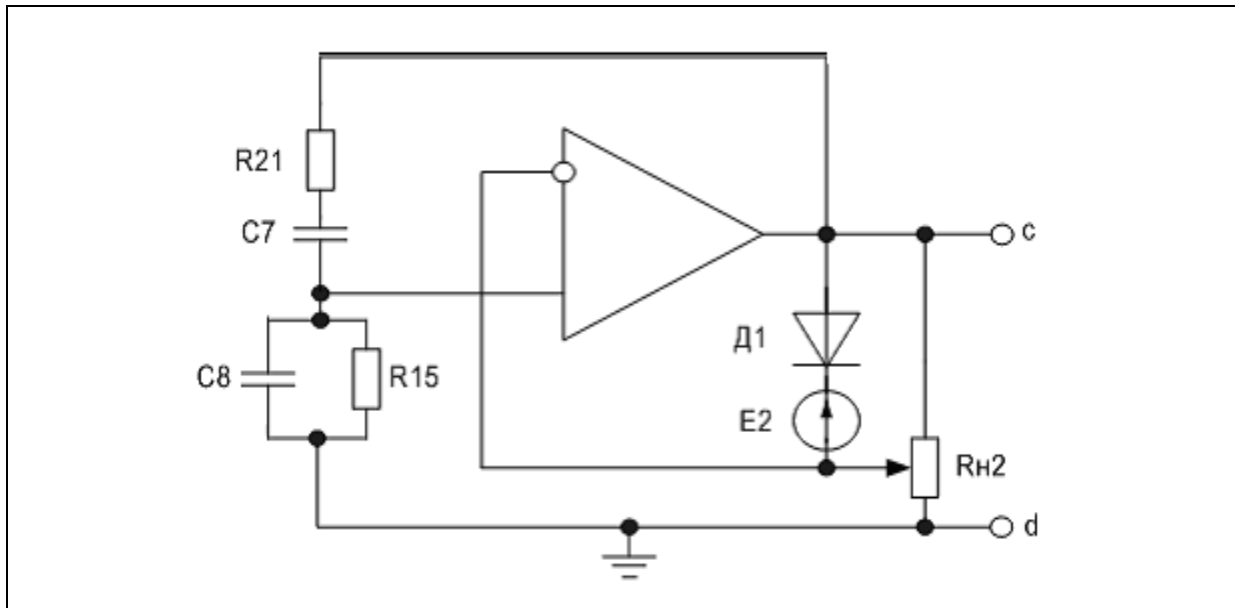


Рис.12.10. Генератор Вина

Подставляя в (12.1) комплексные сопротивления $\underline{Z}_1(j\omega)$ и $\underline{Z}_2(j\omega)$, можно вычислить амплитудно-частотную характеристику звена ($|\underline{K}'_U(j\omega)|$) и фазочастотную характеристику звена ($\text{Arg}(\underline{K}'_U(j\omega))$). Так, например, для активного ФНЧ первого порядка (рис.12.7) АЧХ будет определяться формулой:

$$K'_U(\omega) = \frac{K}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2}}, \text{ где } K = \frac{R_{15}}{R_{14}}, \omega_p = \frac{1}{R_{15}C_8} \quad (12.2)$$

Для фазовращателя (рис.12.9) составим уравнения с учетом свойств идеального ОУ:

$$U_1(p) = \frac{(U_{ex}(p) - U_{вых}(p))R_{21}}{R_{14} + R_{21}} = U_2(p) = \frac{U_{ex}(p) \cdot \frac{1}{pC_9}}{R_{14} + \frac{1}{pC_9}}.$$

Отсюда при равных резисторах получим:

$$\frac{U_{ex}(p) - U_{вых}(p)}{2U_{ex}(p)} = \frac{1}{1 + pRC_9} \text{ и } \frac{U_{вых}(p)}{U_{ex}(p)} = \frac{1 - pRC_9}{1 + pRC_9} \quad (12.3)$$

Для комплексной частотной характеристики

$\underline{K}'_U(j\omega) = \frac{1 - j\omega RC_9}{1 + j\omega RC_9}$ модуль является постоянным и равным 1, а

фаза $\varphi = -2\arctg(\omega RC_9)$. Изменяя сопротивление R или емкость C_9 , можно установить фазовый сдвиг в диапазоне от 0° до -180° .

В генераторе Вина (рис.12.10) при равных сопротивлениях $R_{21}=R_{15}=R$ и емкостях $C_7=C_8$ на квазирезонансной частоте

$f_k = \frac{1}{2\pi RC_8}$ фазовый сдвиг в цепи обратной связи равен нулю, а

петлевой коэффициент передачи $\beta=1/3$. Для самовозбуждения коэффициент усиления усилителя K должен быть больше 3. Это достигается регулировкой резистора $R_{н2}$. Диод и источник напряжения E_2 требуются для стабилизации режима генерации.

Активные фильтры второго порядка

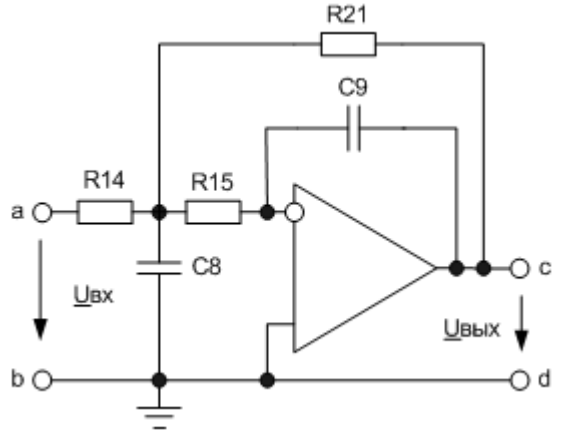
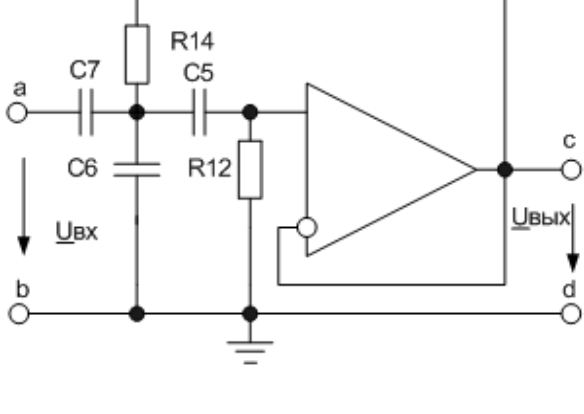
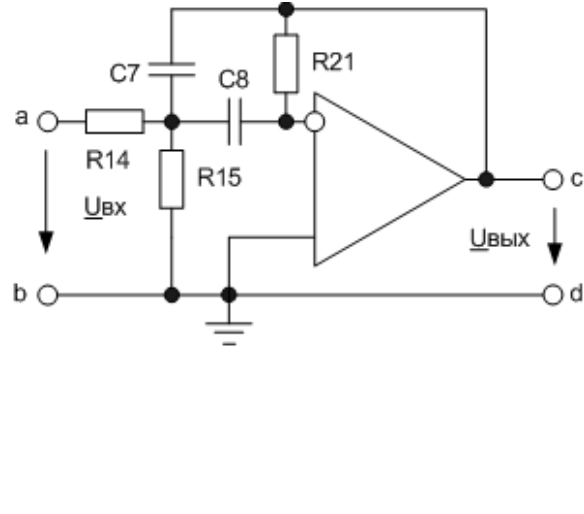
Активные фильтры второго порядка содержат один или несколько ОУ с частотно-зависимыми обратными связями. В цепях ОС применяют резисторы и конденсаторы. Поэтому такие фильтры называют активные RC -цепи (ARC -цепи). Активные фильтры позволяют получить разнообразные частотные характеристики коэффициента передачи в диапазоне частот от нуля до нескольких мегагерц. Они более компактны и технологичны по сравнению с LC – фильтрами, не требуют применения индуктивностей.

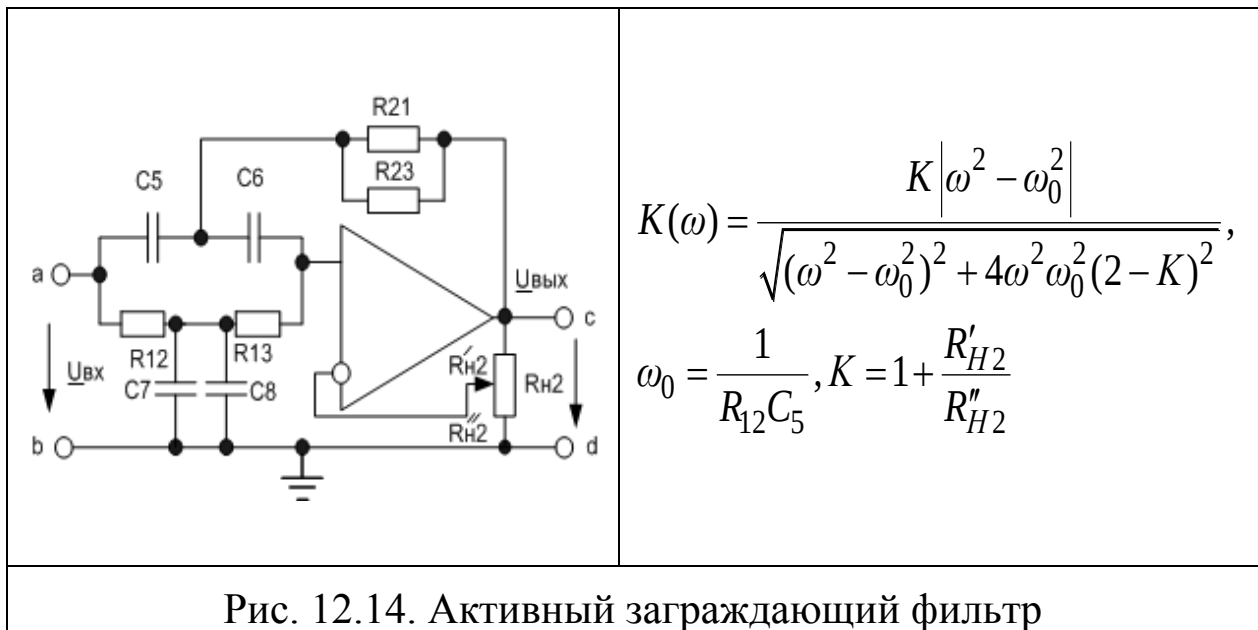
Порядок активного фильтра определяется наибольшей степенью переменной p в знаменателе его передаточной функции. Фильтры высокого порядка имеют лучшие частотные характеристики.

Передаточные функции активных фильтров рассчитывают по уравнениям для операторной схемы замещения с учетом свойств операционного усилителя. Комплексную частотную характеристику получают заменой p на $j\omega$ в передаточной функции. Амплитудно-частотные характеристики равны модулю комплексной частотной характеристики.

В лабораторной работе исследуются активные фильтры второго порядка с одним ОУ. Схемы фильтров и расчетные формулы показаны в Таблице 12.3.

Таблица 12.3

	$K(\omega) = \frac{K\omega_0^2}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2(\omega_0/q)^2}},$ $K = R_{21}/R_{14}, \quad \omega_0^2 = \frac{1}{R_{15} \cdot R_{21} \cdot C_8 \cdot C_9},$ $q = \sqrt{\frac{R_{15} \cdot C_8}{R_{21} \cdot C_9}} \cdot \frac{1}{1 + R_{15}/R_{14}}$
Рис. 12.11. Активный фильтр низких частот	
	$K(\omega) = \frac{K\omega^2}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2(\omega_0/q)^2}},$ $K = \frac{C_7}{C_7 + C_6}; \omega_0^2 = \frac{1}{R_{14} \cdot R_{12} \cdot C_0 \cdot C_5};$ $C_0 = C_6 + C_7; q = \frac{1}{(1 + \frac{C_0}{C_5})} \sqrt{\frac{R_{12} \cdot C_0}{R_{14} \cdot C_5}}$
Рис. 12.12. Активный фильтр высоких частот	
	$K(\omega) = \frac{K\omega(\omega_0/q)}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \omega^2(\omega_0/q)^2}},$ $K = \frac{R_{15}K_0}{R_{15} + R_{14}}; K_0 = q^2(1 + C_8/C_7);$ $R_0 = \frac{R_{14} \cdot R_{15}}{R_{14} + R_{15}}; \omega_0^2 = \frac{1}{R_0 \cdot R_{21} \cdot C_7 \cdot C_8};$ $q = \sqrt{\frac{R_{21} \cdot C_7}{R_0 \cdot C_8}} \cdot \frac{1}{1 + C_7/C_8}$
Рис. 12.13. Активный полосовой фильтр	



Номиналы всех постоянных сопротивлений 10 кОм, всех конденсаторов 22 нФ, $R_{H2}=2,2$ кОм.

По формулам из таблицы 12.3 проведем расчет амплитудно-частотных характеристик активных фильтров второго порядка для случая, когда все резисторы $R=20$ кОм, все конденсаторы $C=47$ нФ, в заграждающем фильтре отношение $\frac{R'_{H2}}{R''_{H2}} = 0,5$.

Расчет активных фильтров второго порядка в Mathcad

Исходные данные

$$R := 20 \cdot 10^3 \text{ Ом} \quad C := 47 \cdot 10^{-9} \text{ Ф}$$

Фильтр низких частот

$$K := \frac{R}{R} \quad \omega_0 := \frac{1}{R \cdot C} \quad \omega_0 = 1.064 \times 10^3 \quad q := \sqrt{\frac{R \cdot C}{R \cdot C}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{R}{R}}$$

$$K1(\omega) := \frac{K \cdot (\omega_0)^2}{\sqrt{[\omega^2 - (\omega_0)^2]^2 + \omega^2 \cdot \left(\frac{\omega_0}{q}\right)^2}}$$

Фильтр высоких частот

$$K := \frac{C}{2 \cdot C} \quad C0 := 2 \cdot C \quad \omega0 := \frac{1}{\sqrt{R \cdot R \cdot C0 \cdot C}}$$

$$q := \frac{1}{1 + \frac{C0}{C}} \cdot \sqrt{\frac{R \cdot C0}{R \cdot C}}$$

$$K2(\omega) := \frac{K \cdot (\omega)^2}{\sqrt{\left[\omega^2 - (\omega0)^2 \right]^2 + \omega^2 \cdot \left(\frac{\omega0}{q} \right)^2}}$$

Полосовой фильтр

$$R0 := \frac{R}{2} \quad \omega0 := \frac{1}{\sqrt{R0 \cdot R \cdot C \cdot C}}$$

$$q := \sqrt{\frac{R \cdot C}{R0 \cdot C}} \cdot \frac{1}{1 + \frac{C}{C}} \quad K0 := q^2 \cdot \left(1 + \frac{C}{C} \right) \quad K := \frac{R \cdot K0}{R + R}$$

$$K3(\omega) := \frac{K \cdot \omega \cdot \frac{\omega0}{q}}{\sqrt{\left[\omega^2 - (\omega0)^2 \right]^2 + \omega^2 \cdot \left(\frac{\omega0}{q} \right)^2}}$$

Заграждающий фильтр

$$\omega0 := \frac{1}{R \cdot C} \quad K := 1 + \frac{R}{2R} \quad K = 1.5$$

$$K4(\omega) := \frac{K \cdot \left| \omega^2 - \omega0^2 \right|}{\sqrt{\left[\omega^2 - (\omega0)^2 \right]^2 + 4 \cdot \omega^2 \cdot \omega0^2 \cdot (2 - K)^2}}$$

Графики АЧХ активных фильтров второго порядка показа-

ны на рис.12.15.

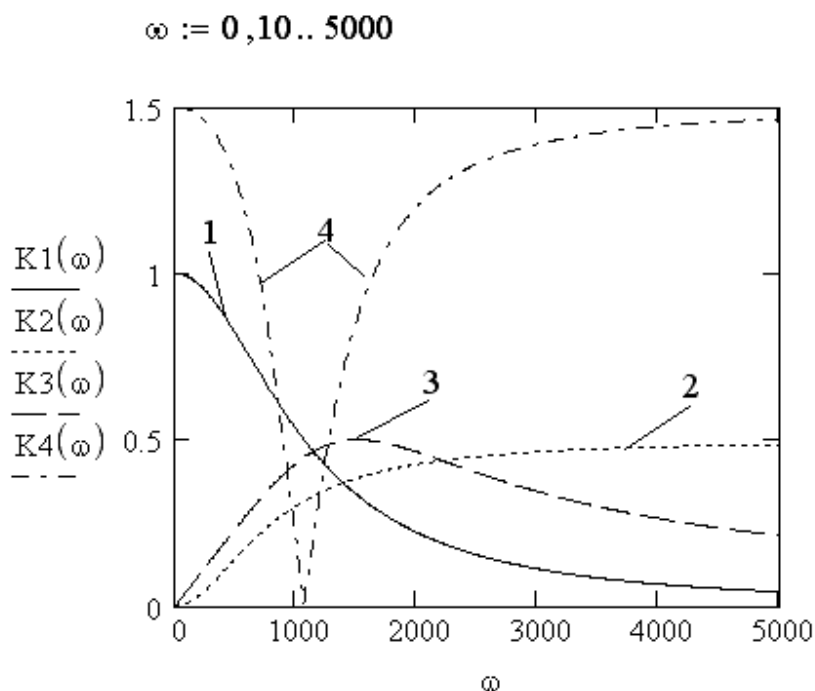


Рис.12.15. Графики АЧХ активных фильтров: 1 – ФНЧ, 2 – ФВЧ, 3 – ПФ, 4 – ЗФ

12.2. Вопросы для самопроверки и подготовки к лабораторным работам

1. Нарисуйте схему операционного усилителя, объясните назначение выводов.
2. Какими свойствами обладает идеальный операционный усилитель?
3. Какие параметры входят в технические характеристики реальных операционных усилителей?
4. Что такое «обратная связь» и как она влияет на свойства операционного усилителя?
5. Выведите формулу дифференциального коэффициента усиления инвертирующего ОУ (рис. 12.2).
6. Выведите формулу дифференциального коэффициента усиления неинвертирующего ОУ (рис. 12.3).
7. Выведите формулу для операторного коэффициента передачи интегрирующего звена с ОУ (рис. 12.6).
8. Нарисуйте схему фазовращателя с ОУ. Определить, на какой частоте фазовращатель даст сдвиг фазы -90° , если все со-

противления равны 10 кОм, а емкость равна 22 нФ.

9. Для чего применяют генератор Вина? Какие условия должны выполняться для самовозбуждения этого генератора?

10. Чем обусловлено название «активные фильтры»? Поясните их достоинства и недостатки по сравнению с реактивными LC-фильтрами.

11. Чем определяется порядок активного фильтра и как влияет порядок на частотные свойства фильтра?

12. Изобразите ожидаемые графики АЧХ четырех активных фильтров, которые показаны в таблице 12.3.

12.3. Лабораторная работа №15

Исследование операционных усилителей в цепях постоянного и переменного тока

Цель работы. Изучение типовых функциональных схем включения операционных усилителей и исследование их свойств.

Описание схемы измерений

Схема измерений показана на рис.12.16. В ней используются функциональный генератор ГС, управляемые источники напряжений E_1 и E_2 , один из генераторов трехфазного напряжения e_a , осциллограф, вольтметр переменного тока V , мультиметры. Эта схема и набор элементов применяется во всех лабораторных работах с ОУ.

Схема компьютерного моделирования показана на рис.12.17. В ней использованы три источника переменного напряжения, источник постоянного напряжения, осциллограф.

Лабораторное задание

1. Собрать схему инвертирующего ОУ (рис.12.2). Узлы b, d, неинвертирующий вход ОУ, общие клеммы ГС и осциллографа соединить с клеммами 2Б. Выход ОУ (узел c) соединить с клеммами 2А. Установить напряжение E_2 равным 2 В и подключить к узлам a, b. Мультиметром измерить напряжение на выходе. Записать результаты. Отключить E_2 .

В схеме компьютерного моделирования ключом А подать на вход а постоянное напряжение 2В, ключ В разомкнуть. Выходное напряжение измерить вольтметром.

2. Установить на ГС гармонический сигнал с напряжением 100 мВ, частотой 100 Гц и подключить к узлу **а**. Высокочастотным вольтметром измерить выходное напряжение ОУ. Осциллографом наблюдать инверсию фазы. Изменяя частоту сигнала в диапазоне от 100 Гц до 100 кГц, снять амплитудно-частотную характеристику ОУ и определить полосу пропускания по уровню -3 дБ. Результаты записать в Таблицу 12.4.

В компьютерной модели применен идеальный ОУ и п.2,3 выполнять не надо.

Таблица 12.4

Инвертирующий ОУ	f , кГц	0,1			100
	$U_{\text{вых}}$				
	K_U				
Неинвертирующий ОУ	f , кГц				
	$U_{\text{вых}}$				
	K_U				

3. Увеличить напряжение входного сигнала до 1 В. Увеличивая частоту от 100 Гц, оценить по осциллографу предельную частоту $f_{\text{пр}}$, при которой начинается искажение гармонического сигнала, вызванное ограниченной скоростью нарастания напряжения в ОУ.

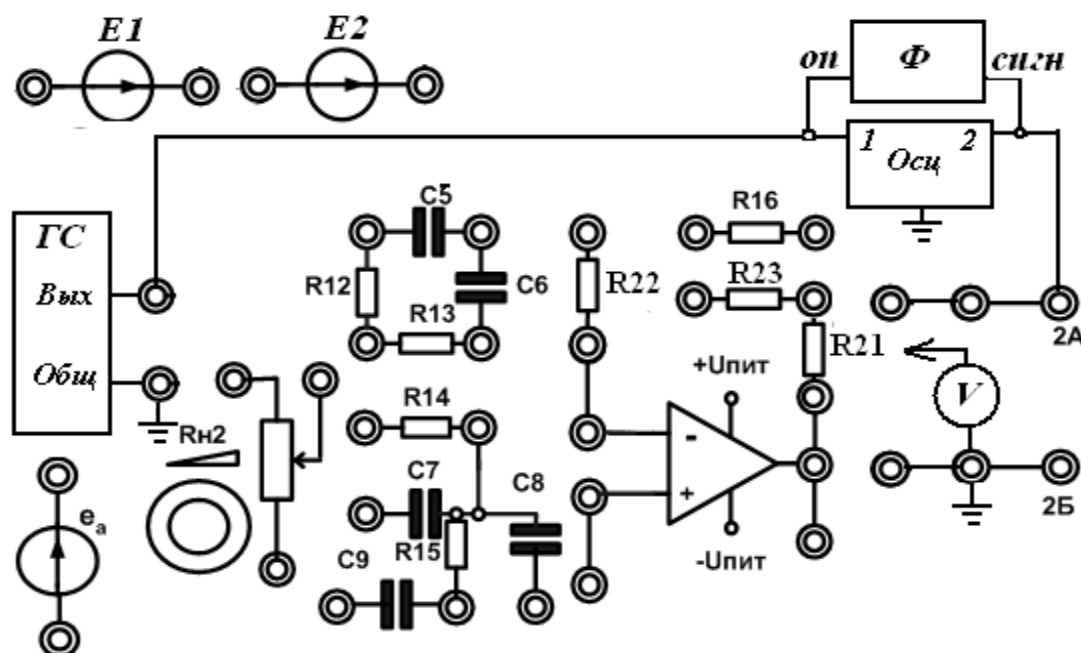


Рис.12.16. Схема измерений на МЭЛ

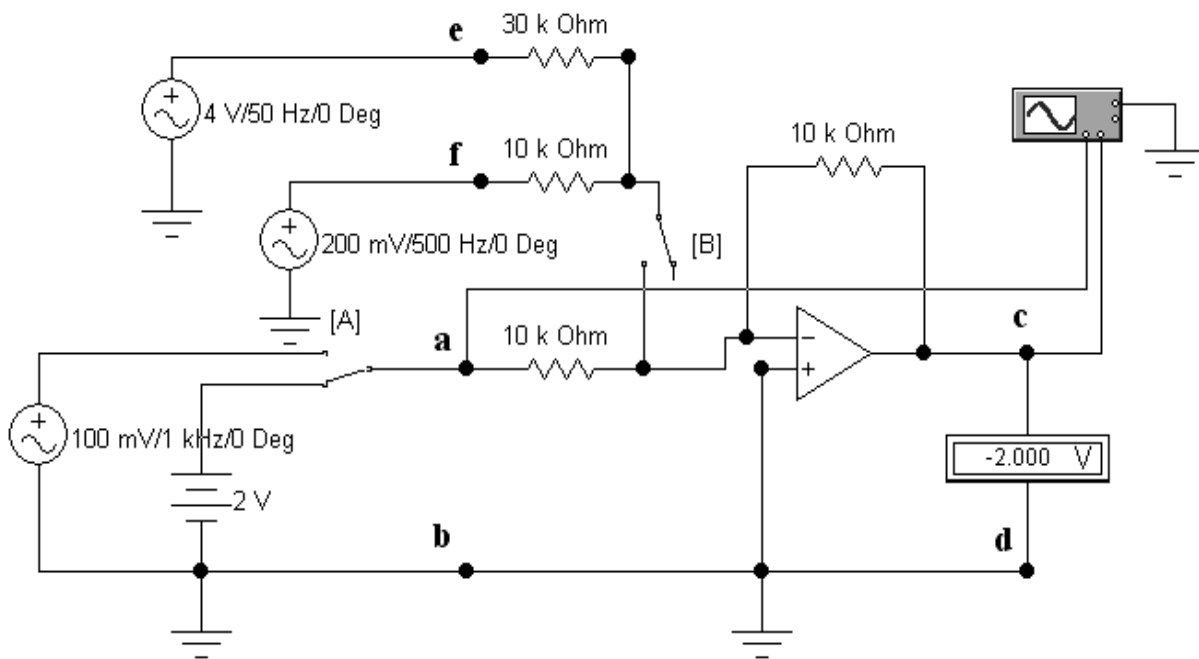


Рис. 12.17. Схема компьютерного моделирования

4. Собрать схему неинвертирующего ОУ (рис.12.3). Повторить измерения по п.1 и 2.

*В компьютерной модели собрать между узлами **a,b** и **c,d** схему неинвертирующего ОУ (рис.12.3), повторить измерения по п.1.*

5. Собрать схему инвертирующего сумматора (рис.12.4). На вход **e** подключить гармонический источник **e_a** генератора трехфазной цепи. На вход **f** подключить от ГС гармонический сигнал с амплитудой 200 мВ и частотой 500 Гц. На вход **a** включить постоянное напряжение 3 В от источника напряжения E_2 . Зарисовать осциллограммы выходного сигнала.

*В компьютерной модели замкнуть ключ **B**, ключ **A** соединить с источником переменного напряжения.*

6. Собрать схему вычитающего ОУ (рис.12.5). Установить напряжение источника $E_1=3\text{В}$ и подключить к узлу **a**. Установить напряжение источника $E_2=2\text{В}$ и подключить к узлу **e**. Измерить мультиметром выходное напряжение ОУ.

В компьютерной модели собрать схему вычитающего ОУ, внося изменения в схему рис. 12.17.

7. Подключить к узлу **a** вместо E_1 гармонический сигнал от ГС с частотой 100 Гц и амплитудой 500 мВ. Наблюдать выходной сигнал осциллографом. Регулируя E_2 , выполнить смещение вы-

ходного сигнала в положительную область до начала амплитудного ограничения гармонической составляющей. Определить динамический диапазон ОУ. Зарисовать осциллограммы для исходных сигналов и в случае ограничения гармонического сигнала.

Изменив схему компьютерной модели, выполнить измерения по п.7.

8. Представить результаты измерений преподавателю и после его проверки и одобрения выключить приборы и стенд.

Домашнее задание

1. По экспериментальным данным построить амплитудно-частотные характеристики инвертирующего ОУ и неинвертирующего ОУ и определить полосу пропускания при слабом сигнале по уровню 3 дБ.

2. Рассчитать предельную полосу усиления гармонического сигнала с амплитудой 200 мВ для ОУ со скоростью нарастания 50 мВ/мкс.

3. Для неинвертирующего ОУ с сопротивлением $R_{15}=10$ кОм рассчитать сопротивление R_{14} , при котором усиление составит 3.

4. Все входы инвертирующего сумматора (рис.12.4) объединены и подключены к напряжению 1 В. Рассчитать выходное напряжение ОУ.

5. Для вычитающего ОУ найти соотношения сопротивлений, при которых выходной сигнал будет равен: $U_{вых} = \frac{1}{2}U_2 - 2U_1$.

6. Сформулировать выводы по работе.

12.4. Лабораторная работа №16

Исследование частотно-зависимых звеньев с операционными усилителями

Цель работы Изучение типовых частотно-зависимых звеньев с операционными усилителями: интегрирующее звено, дифференцирующее звено, фильтр низких частот, фильтр высоких частот, генератор Вина.

Схема измерений на МЭЛ показана на рис.12.16 в лабора-

торной работе №15.

Схема компьютерного моделирования показана на рис.12.18.

Лабораторное задание

1. Собрать схему дифференцирующего звена рис.12.5. Узлы «с» и «d» соединить соответственно с клеммами 2А и 2Б. В компьютерной модели собрать дифференцирующее звено между входными узлами **a**, **b** и выходными узлами **c**, **d** (рис.12.18) Установить в ГС гармонический сигнал с напряжением $U_{\text{вх}} = 100$ мВ и частотой 50 Гц. Изменяя частоту в диапазоне до 10 кГц, снять амплитудно-частотную и фазочастотную характеристики звена. При компьютерном моделировании использовать режим AC Frequency Analysis и курсоры. Результаты записать в Таблицу 12.5.

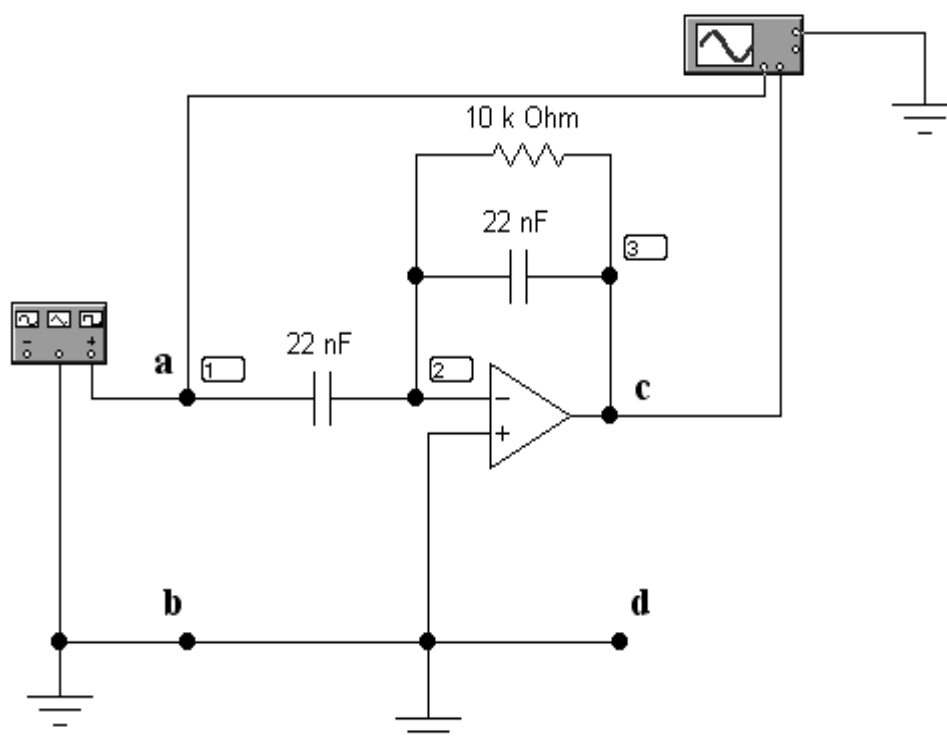


Рис. 12.18. Схема компьютерного моделирования частотно-зависимых звеньев с ОУ

2. Переключить ГС в режим прямоугольных импульсов. Установить частоту 50 Гц, скважность 2, амплитуду $U_{\text{вх}} = 100$ мВ. Зарисовать осциллограммы выходного сигнала звена.

Таблица 12.5

Дифференцирующее звено	f , кГц	0,1				10
	$U_{\text{вх}}$					
	$U_{\text{вых}}$					
	$K(\omega)$					
	$\varphi(\omega)$					
Интегрирующее звено	f , кГц					
	$U_{\text{вх}}$					
	$U_{\text{вых}}$					
	$K(\omega)$					
	$\varphi(\omega)$					
ФНЧ						
ФВЧ						
Фазовращатель						

3. Собрать схему интегрирующего звена рис.12.6. Провести исследования по п.п. 1 и 2. Результаты записать в Таблицу 12.5.

4. Собрать схему активного ФНЧ рис.12.7. Провести исследования по п.п. 1 и 2. Результаты записать в Таблицу 12.5.

5. Собрать схему активного ФВЧ рис.12.8. Провести исследования по п.п. 1 и 2. Результаты записать в Таблицу 12.5.

6. Собрать схему фазовращателя рис.12.9. Провести исследования по п.п. 1 и 2. Результаты записать в Таблицу 12.5.

7. Собрать схему генератора Вина (рис.12.10). Установить напряжение источника $E_2=2\text{В}$. Регулируя $R_{\text{н2}}$, наблюдать на осциллографе возникновение колебаний. Добиться устойчивых колебаний синусоидальной формы. Зарисовать осциллограммы с соблюдением масштаба. Определить частоту колебаний.

8. Увеличить напряжение E_2 до 3 В. Регулируя $R_{\text{н2}}$, добиться устойчивых колебаний. Зарисовать осциллограммы.

Домашнее задание

1. Вывести теоретические выражения для комплексных коэффициентов передачи, амплитудно-частотных и фазочастотных характеристик звеньев рис.12.5- 12.9.

2. Рассчитать и построить теоретические АЧХ и ФЧХ звеньев рис. 12.5- 12.9.

3. Построить экспериментальные графики АЧХ и ФЧХ звеньев рис. 12.5- 12.9 и сравнить с соответствующими теоретическими зависимостями.

4. Сформулировать выводы по работе.

12.5. Лабораторная работа №17

Исследование активных фильтров второго порядка

Цель работы. Изучение и экспериментальное исследование типовых схем активных фильтров второго порядка.

Подготовка к лабораторному занятию

Подготовить протокол для лабораторного занятия. Протокол должен содержать схемы исследуемых активных фильтров, расчетные формулы, таблицы для результатов расчета АЧХ ($K_p(f)$) и измерений АЧХ ($K_z(f)$) следующего вида:

Таблица 12.6

Название схемы						
f , Гц	$U_{вх}$, мВ	$U_{вых}$, мВ	Опыт $K_z(f)$	Расчет $K_p(f)$	$K_z(f)-K_p(f)$	$(K_z(f)-K_p(f))^2$

2. Выполнить расчет АЧХ исследуемых фильтров с использованием программы Mathcad или компьютерного моделирования схем с использованием программы Electronics Workbench. Результаты занести в таблицы. Определить диапазоны изменения частоты и значения входного напряжения для экспериментального исследования. Выходное напряжение ОУ не должно превышать 500 мВ.

3. Построить графики расчетных АЧХ исследуемых фильтров.

Лабораторное задание

1. Собрать на стенде схему измерений рис.12.16 из лабораторной работы №15. Для компьютерного моделирования собрать схему измерений рис.12.18.

2. Собрать схему активного ФНЧ второго порядка (рис.12.11). Установить на выходе ГС рассчитанное значение входного напряжения. Изменяя в нужных пределах частоту вход-

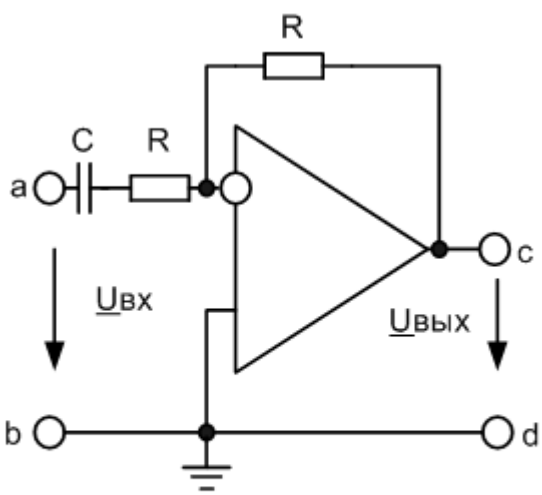
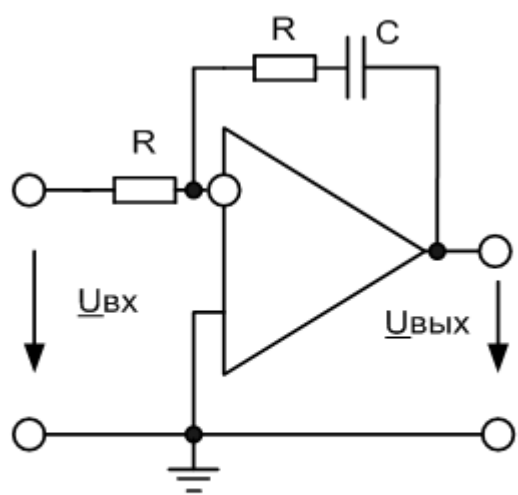
ного сигнала, снять экспериментальные значения АЧХ. Форму выходного сигнала контролировать по осциллографу. В компьютерной модели использовать режим AC Frequency Analysis и курсоры. Занести экспериментальные значения в таблицу 12.6.

3. Исследовать АЧХ активного ФВЧ (рис. 12.12) по методике п.2.
4. Исследовать АЧХ активного ПФ (рис. 12.13) по методике п.2.
5. Исследовать АЧХ активного ЗФ (рис. 12.14) по методике п.2.

Домашнее задание

1. По данным таблицы 12.6 для каждого фильтра построить график экспериментальной АЧХ, совместив его с расчетным графиком.
2. Выполнить расчет математического ожидания и дисперсии отклонения расчетных и экспериментальных результатов.
3. По формулам АЧХ определить, какие элементы определяют частоту среза активных ФНЧ и ФВЧ второго порядка.
4. По формулам АЧХ определить, какие элементы определяют резонансную частоту и добротность полосового и заграждающего активных фильтров второго порядка.

12.6. Простые задачи по теме

 В схеме $R=10\text{ кОм}$, $C=10\text{ нФ}$. Найти коэффициент усиления на частоте $\omega=10^4\text{ 1/с}$ и вид АЧХ.	 В схеме $U_{вх}=100\text{ мВ}$, $R=10\text{ кОм}$, $C=10\text{ нФ}$. Найти $U_{вых}$ на частоте $\omega=10^4\text{ 1/с}$ и вид АЧХ.
---	---

В схеме рис.12.5 найти $U_{\text{вых}}$, если $U_1=4\text{В}$, $U_2=2\text{В}$, $R_{21}=R_{14}=20\text{кОм}$, $R_{12}=R_{15}=10\text{кОм}$.	В схеме рис.12.7 найти $U_{\text{вых}}$ в момент $t=1\text{ мС}$, если при $t=0$ на вход подано напряжение 100 мВ , $R_{14}=10\text{ кОм}$, $C=10\text{ нФ}$.
В активном ФНЧ (рис.12.11) $R_{14}=R_{15}$, $C_8=C_9$. Определить R_{21} , чтобы на частоте ω_0 усиление $K = \frac{1}{\sqrt{2}}$	
В активном ФВЧ (рис.12.12) резисторы равны 20 кОм , емкости равны 10 нФ . Найти усиление на частоте $\omega = 10^4\text{ 1/с}$.	

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. – М.: Гардарики, 2006. – 638с.
2. Электротехника и ТОЭ в примерах и задачах /В.А. Прянишников и др. – Санкт-Петербург.: «КОРОНА принт», 2001.- 234с.
3. Прянишников В.А. Теоретические основы электротехники. Курс лекций. – Санкт-Петербург.: «Корона принт», 2000. – 368с.
4. Алехин В.А. Электротехника. Лабораторный практикум с использованием Миниатюрной электротехнической лаборатории МЭЛ, компьютерного моделирования, Mathcad. - М.: МИРЭА, 2007.
5. Основы теории цепей. Колебательные контуры/В.А.Алёхин и др. – М.: МИРЭА(ТУ), 1998. – 116с.
6. Миленина С.А. Теоретические основы электротехники. – М.: МИРЭА, 2006.
7. Витков М.Г., Смирнов Н.И.. Основы теории цепей. Лабораторный практикум.- М: Радио и связь, 2001.-223с.
8. Карлащук В.И. Электронная лаборатория на IBM PC. Программа Electronics Workbench и её применение. – М: Солон-Р, 2001. – 726с.
9. Электротехника и электроника в экспериментах и упражнениях. Практикум на Electronics Workbench/ Д.И. Панфилов и др. т.1 Электротехника.-М.: Додека, 1999.-304с.; т.2 Электроника.-М.: Додека, 2000.- 287 с.
10. Бессонов Л.А. Нелинейные электрические цепи.-М.:

Высшая школа, 1977, -265с.

11. Переходные процессы в линейных электрических цепях. /В.А. Алёхин и др. – М.: МИРЭА(ТУ), 1999. – 80с.

12. У. Титце, К. Шенк. Полупроводниковая схемотехника. – М. Мир, 1983. – 512 с.

13. Хьюлсман Л.П.. Активные фильтры. – М.: Мир, 1972. – 516 с.

14. Хьюлсман Л., Ален Ф.. Введение в теорию и расчет активных фильтров. –М.: Радио и связь, 1984, - 381.

15. Хоровиц П., Хилл У.. Искусство схемотехники.- М.: Мир, 2003. – 704 с.

16. Алехин В.А. Миниатюрная электротехническая лаборатория МЭЛ-1. Часть 1. Линейные электрические цепи постоянного и переменного тока. Методические указания по выполнению лабораторных работ.-М.: МИРЭА, 2004, N0340.

17. Алехин В.А. Миниатюрная электротехническая лаборатория МЭЛ-1. Часть 2. Переходные процессы и нелинейные цепи. Методические указания по выполнению лабораторных работ.-М.: МИРЭА, 2004, N0370.

18. Алехин В.А. Миниатюрная электротехническая лаборатория МЭЛ-1. Часть 3. Резонансные цепи, активные фильтры, трехфазные цепи. Методические указания по выполнению лабораторных работ.-М.: МИРЭА, 2005, N0502.

19. Алехин В.А. Миниатюрная электротехническая лаборатория МЭЛ. Часть 4. Основы аналоговой электроники. Методические указания по выполнению лабораторных работ. - М.: МИРЭА, 2007, N0645.

20. Алехин В.А. Миниатюрная электротехническая лаборатория МЭЛ. Часть 5. Цифровые микросхемы. Методические указания по выполнению лабораторных работ. - М.: МИРЭА, 2007, N0719.

21. Алехин В.А. Расчет электрических цепей в MATHCAD. –М.: МИРЭА, 2006 г., № 0568.

22. Алехин В.А., Цыганов В.И. Применение программ Matlab 6.5, 4.0 и Micro-Cap 7.1.6 для моделирования и расчета цепей постоянного и гармонического тока с сосредоточенными и распределенными параметрами. - М.: МИРЭА, 2004 г, №0407.

23. Алехин В.А., Цыганов В.И. Моделирование переходных процессов в электрических цепях с использованием программ EWB 5.12, MICRO-CAP 7.1.6, MATLAB 6.5. Методические указания по расчету контрольных и курсовых работ на компьютерах. -М.: МИРЭА, 2004 г. №0405.

24. Алехин В.А., Цыганов В.И. Расчет переходных процессов в электрических цепях с использованием программ EWB 5.12, MICRO-CAP 7.1.6, MATLAB 6.5. Методические указания по расчету контрольных и курсовых работ на компьютерах. -М.: МИРЭА, 2004 г., №0406.

25. Алехин В.А., Парамонов В.Д. Лабораторный стенд по электротехнике. Патент РФ на полезную модель №53056. - Приоритет 20.10.2005.- МПК G09B 25/00 (2006.01).- Опубликовано 27.04.2006.- Б.И. №12.- 2 с.

26. Любарская Т.А. Линейные электрические цепи постоянного тока. Часть 1. Методические указания по расчету контрольных работ. М.: МИРЭА, 2003, N0263.

27. Любарская Т.А. Расчет сложных электрических цепей. Часть 2. Методические указания по расчету контрольных работ. М.: МИРЭА, 2003, N0295.

28. Любарская Т.А. Символический метод расчета цепей синусоидального тока. Часть 3. Методические указания по расчету контрольных работ. М.: МИРЭА, 2003, №0334.

29. Любарская Т.А. Векторные диаграммы в расчете электрических цепей. Часть 4. Методические указания по расчету контрольных работ. - М.: МИРЭА, 2003. №0294.

30. Любарская Т.А. Расчет линейных электрических цепей постоянного тока. Часть 5. Методические указания по расчету с компьютерным моделированием.- М.: МИРЭА, 2005, № 0457.

31. Любарская Т.А. Расчет линейных электрических цепей переменного тока. Часть 6. Методические указания по расчету с компьютерным моделированием.- М.: МИРЭА, 2005, № 0484.

32. Макаров Е.Г. Инженерные расчеты в Mathcad. Учебный курс.- СПб.: Питер, 2003. – 448с.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение.....	3
Глава 1. Линейные электрические цепи постоянного тока.....	8
1.1. Краткие теоретические сведения и методы численного расчета линейных электрических цепей.....	8
1.2. Вопросы для самопроверки и задания для подготовки к лабораторной работе.....	20
1.3. Лабораторная работа №1 Исследование линейной электрической цепи постоянного тока.....	21
Глава 2. Электрические цепи переменного тока.....	28
2.1. Краткие теоретические сведения и методы расчета.....	28
2.2. Вопросы для самопроверки и подготовки к лабораторной работе.....	41
2.3. Лабораторная работа № 2 Исследование цепей переменного тока.....	42
Глава 3. Электрические цепи с магнитно-связанными катушками.....	52
3.1. Краткое теоретическое введение.....	52
3.2. Вопросы для самопроверки и подготовки к лабораторной работе.....	63
3.3. Лабораторная работа №3 Исследование электрических цепей, содержащих магнитно-связанные катушки.....	64
Глава 4. Линейные пассивные четырехполюсники.....	68
4.1. Краткие теоретические сведения.....	68
4.2. Вопросы для самопроверки и подготовки к лабораторной работе.....	73
4.3. Лабораторная работа № 4. Исследование четырехполюсника...	74
Глава 5. Электрические фильтры.....	81
5.1. Краткие теоретические сведения.....	81
5.2. Вопросы для самопроверки и задания для подготовки к лабораторной работе.....	91
5.3. Лабораторная работа N5. Исследование электрических фильтров типа «К».....	92
Глава 6. Переходные процессы в цепях с сосредоточенными параметрами.....	97
6.1. Краткое теоретическое введение.....	97

6.2. Вопросы для самопроверки и задания для подготовки к лабораторной работе.....	115
6.3. Лабораторная работа №6. Исследование переходных процессов в цепях с сосредоточенными параметрами R, L, C.....	116
Глава 7. Линии с распределенными параметрами.....	123
7.1. Краткие теоретические сведения и примеры расчетов линий с распределенными параметрами.....	123
7.2. Вопросы для самопроверки и подготовки к лабораторной работе.....	129
7.3. Лабораторная работа №7. Исследование модели линии с распределенными параметрами.....	129
Глава 8. Трехфазные электрические цепи.....	135
8.1. Краткие теоретические сведения и методы расчета.....	135
8.2. Вопросы для самопроверки и подготовки к лабораторной работе.....	138
8.3. Лабораторная работа № 8. Исследование трехфазных электрических цепей.....	139
Глава 9. Нелинейные цепи постоянного тока.....	146
9.1. Краткие теоретические сведения и методы расчета нелинейных цепей постоянного тока.....	146
9.2. Вопросы для самопроверки и задания для подготовки к лабораторной работе.....	152
9.3. Лабораторная работа №9. Исследование нелинейных электрических цепей постоянного тока.....	153
Глава 10. Электрические цепи, содержащие диоды.....	161
10.1. Краткое теоретическое введение.....	161
10.2. Вопросы для самопроверки и подготовки к лабораторной работе.....	169
10.3. Лабораторная работа №10. Исследование электрических цепей, содержащих диоды.....	170
Глава 11. Резонансные цепи.....	175
11.1. Краткое теоретическое введение.....	175
11.2. Вопросы для самопроверки и подготовки к лабораторным работам по теме.....	183
11.3. Лабораторная работа №11. Исследование последовательного колебательного контура.....	184
11.4. Лабораторная работа №12 Исследование параллельного колебательного контура.....	188

11.5. Лабораторная работа № 13. Исследование связанных колебательных контуров.....	192
11.6. Лабораторная работа №14 Исследование нелинейной ферро-резонансной цепи.....	197
Глава 12. Электрические цепи с операционными усилителями.....	201
12.1. Теоретическое введение.....	201
12.2. Вопросы для самопроверки и подготовки к лабораторным работам.....	210
12.3. Лабораторная работа №15. Исследование операционных усилителей в цепях постоянного и переменного тока.....	211
12.4. Лабораторная работа №16. Исследование частотно-зависимых звеньев с операционными усилителями.....	214
12.5. Лабораторная работа №17. Исследование активных фильтров второго порядка.....	217
Библиографический список.....	219